

Astr. P. 176 ³/₄

Hansen

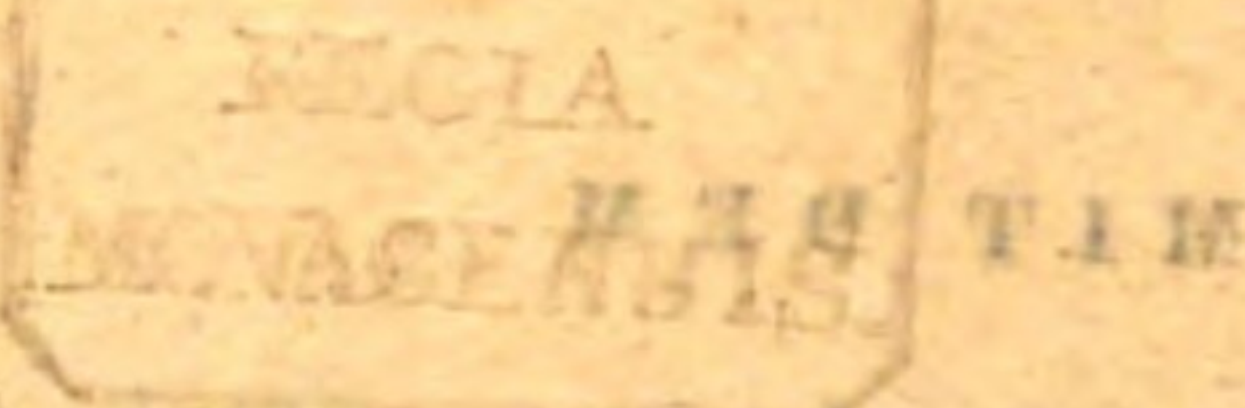
AUSFÜHRLICHE
M E T H O D E
MIT DEM
FRAUNHOFER'SCHEN HELIOMETER
BEOBACHTUNGEN ANZUSTELLEN
NEBST
COMETEN - BEOBACHTUNGEN
MIT
SOLCHEM INSTRUMENTE
AUF DER
ERNESTINISCHEN STERNWARTE SEEBERG
ANGESTELLT
VON
P. A. HANSEN
DIRECTOR DER STERNWARTE SEEBERG.

G O T H A 1827
IN COMMISSION BEI CARL GLÄSER.

119 - B.

VERLAG VON

M E T H O D E



VERLAG VON H. W. H. H. H. H.

VERLAG VON H. W. H. H. H. H.

VERLAG

COMPTON-VERLAG

MIT

SOLCHEM INSTRUMENTE

AUF DER

ERNSTINGEN STERNWARTEN SEHR

ANGESTELLT

702

P. A. HANSEN

VERLAG VON H. W. H. H. H. H.

GOTHA 1827

IN COMMISSION VON CARL GÖTTSCHE

DURCHLAUCHTIGSTEN HERZOG

DEM

DURCHLAUCHTIGSTEN HERZOG

ERNST

HERZOG ZU SACHSEN-COBURG

UND GOTHA

FÜRSTEN ZU LICHTENBERG

etc. etc.

DURCHLAUCHTIGSTE HERZOG

D. R. M.

DURCHLAUCHTIGSTE HERZOG

ERST

Günther Hr. Durchlaucht. Herzog zu
Sachsen-Coburg
und Gotha, dass wir einen

Fürsten zu Lichtenberg
auszuwählen haben, welcher vor allen andern das
am besten dem Namen entspricht. In dem Hr.

Durchlaucht. Herzog zu Lichtenberg
besteht die Möglichkeit und zugleich die Gewissheit
dass sein Name am besten dem Namen entspricht.

Wir haben daher beschlossen, dass wir den
Fürsten zu Lichtenberg auszuwählen haben, welcher
vor allen andern das am besten dem Namen entspricht.

In dem Hr. Durchlaucht. Herzog zu Lichtenberg
besteht die Möglichkeit und zugleich die Gewissheit
dass sein Name am besten dem Namen entspricht.

Wir haben daher beschlossen, dass wir den
Fürsten zu Lichtenberg auszuwählen haben, welcher
vor allen andern das am besten dem Namen entspricht.

DURCHLAUCHTIGSTER HERZOG

Geruben Ew. DURCHLAUCHT diese Schrift huldreich anzunehmen. Zwiefach freut es mich der Welt mit ihr zugleich darlegen zu können, dass wir einem Fürsten zu Theil wurden, der unter den Wissenschaften auch diejenige SEINEN gnädigsten Schutz angedeihen lässt, welche vor allen andern das geistige Seyn des Menschen anspricht. Indem Ew. DURCHLAUCHT gnädigst die Druckkosten dieser Schrift bewilligten und zugleich erlaubten dass ich sie HÖCHST IHNEN zueignen dürfte, gaben SIE die redendsten Beweise dass die ERNESTINISCHE Sternwarte, das erhabene Denkmal HÖCHST IHRES Erlauchten Vorfahren, unter der Regierung Ew. DURCH-

DURCHLAUCHT neuem Gedeihen entgegen sehen darf. Wie
alles, was erhabene Beförderer den Wissenschaften
je verliehen, wird dieses die Welt treu bewahren,
besonders aber wird sich der erwiesenen Gnade mit
dankbarem Herzen stets erinnern

E W. DURCHLAUCHT

Stw. Seeberg 1827 März 16.

unterthänigster

P. A. Hansen.

VORERINNERUNG.

Obgleich die in dieser Schrift vorgetragene Methode sich zunächst auf das Fraunhofer'sche Heliometer bezieht, so findet sie doch bei jedem andern parallactisch aufgestellten Instrumente dieser Gattung, mit unbedeutender Ausnahme ihre Anwendung. Das Wesentlichste welches einer Ausnahme fähig wäre, ist die Auffindung der Collimation des Stundenkreises, denn gewöhnlich pflegt mit den parallactischen Instrumenten keine Azimuthalbewegung verbunden zu seyn, während sie jedoch die Eigenschaft haben, dass sie auf die mehresten Puncte des Himmels auf doppelte Art gerichtet werden können. Solchen Instrumenten ist gemeiniglich ein Niveau beigegeben, mit dem man die Declinationsachse nivelliren und dadurch die Collimation des Stundenkreises auffinden kann. Aber, angenommen dass man, während der Stundenkreis auf den Stundenwinkel $-c'$ zeigte, mit diesem Niveau die Horizontalität der Declinationsachse untersucht und gefunden habe, dass dessen östliches Ende um den Bogen n zu hoch sey, so ist ferner noch die wahre Collimation des Stundenkreises $= c' + \gamma$, wenn man nur in dem Ausdrucke für γ im Art. 25, $n - i \sin \varphi$ statt n schreibt, Eben-

VIII

falls findet die Berichtigungsmethode Anwendung, wenn man mit dem Aequatoreal selbst Beobachtungen anstellen will.

Um das Buch auch für solche Leser, die kein Fraunhofer'sches Heliometer gesehen haben, verständlich zu machen, schien es mir nicht unumgänglich nothwendig eine ins Einzelne gehende Beschreibung nebst Abbildungen hinzuzufügen. Im Hauptsächlichen stimmt das Instrument mit den andern derselben Gattung überein, und diese, nemlich das Heliometer an sich und das Aequatoreal sind schon in andern Werken häufig beschrieben und abgebildet; das was den Fraunhofer'schen Instrumenten besonders eigen ist, wird man aus der vorangehenden Beschreibung abnehmen können. — Es existiren schon seit einer Reihe von Jahren auf vielen Sternwarten Fraunhofer'sche Heliometer, aber aus nicht einzusehenden Ursachen hat man bis jetzt nur unbedeutende Resultate davon gesehen; sollte diese Schrift bei den Astronomen Aufmunterung erregen das Instrument, mit dem man vieles Nützliche und Gute erlangen kann, mehr zu benutzen: das wäre mein höchster Wunsch!

Der Verfasser.

INHALT.

Einleitung	Pag. 1
Erster Abschnitt. Beschreibung und Aufstellung des Heliometers	— 5
Art. 1 — 3 Beschreibung des Heliometers	— 5
— 4 — 5 Bedingungen für den richtigen Stand des Instruments	— 13
— 6 — 7 Berichtigung desjenigen was die Stellung des Objectivs und Oculars betrifft, nebst Auffindung der Collimation des Positionskreises	— 15
— 8 — 10 Methode die relative Lage der Objectivschieber zu fin- den, wenn sie einander nicht parallel sind	— 18
— 11 Desfallsige Correction der Distanz und des Positionswin- kels zweier Sterne	— 22
— 12 Beispiel zu Art. 10	— 23
— 13 — 15 Vorläufige Bemerkungen über einige Berichtigungen des parallactischen Stativs	— 25
— 16 Methode zur Auffindung der Collimation des Declinations- kreises, der optischen Achse, und des Winkels zwischen der Stunden- und Declinationsachse	— 27
— 17 Methode die Collimation des Stundenkreises zu finden	— 29
— 18 — 19 Berichtigung des Standes der Stundenachse	— 31
— 20 Berechnung einer statt findenden Parallaxe	— 33
— 21 — 23 Strenge Berechnung der wahren Collimation des Posi- tionskreises	— 35
— 24 Eine aus dem Vorigen abgeleitete Näherung	— 40
— 25 — 26 Auffindung der wahren Collimation des Stundenkreises und der Lage der Stundenachse	— 41
— 27 Ueber die Biegung des Fernrohrs	— 45
— 28 Bestimmung der Excentricität der Theilungen	— 45
— 29 Zusammenstellung der allgemein nothwendigen Correctio- nen der Ablesungen	— 48

X

Zweiter Abschnitt. Reduction der mit dem Heliometer angestellten Beobachtungen

Pag.

Art. 30 — 32	Strenge Auflösung der Aufgabe: aus einer Beobachtung die Differenz in grader Aufsteigung und Polardistanz zweier Sterne zu finden	— 49
— 33	Eine aus dem Vorigen abgeleitete Näherung	— 54
— 34	Einige strenge aus dem Art. 32 abgeleitete Ausdrücke	— 56
— 35 — 38	Zwei Methoden den Einfluss der Refraction auf die Beobachtungen zu berücksichtigen	— 58
— 39	Hülftafeln für die zweite Methode	— 63
— 40 — 41	Ausdehnung der Reductionsmethode auf Repetitionsbeobachtungen	— 72
— 42	Darlegung des Speciellen der vortheilhaftesten Art die Beobachtungen anzustellen	— 74
— 43	Einfluss der eigenen Bewegung der Sterne auf die Beobachtungen	— 76
— 44	Methode für die Auffindung des Werthes der Scale	— 78
— 45	Darlegung und Auffindung der näheren Beschaffenheit des Werthes der Scale	— 81

Dritter Abschnitt. Cometenbeobachtungen mit dem Fraunhofer'schen Heliometer der Ernestinischen Sternwarte Seeberg angestellt

— 46 — 47	Erklärung der beifolgenden Beobachtungen	— 85
— 48	Darstellung einer etwas veränderten Art die Beobachtungen anzustellen	— 87
— 49	Berechnung der Excentricität der Theilungen des hiesigen Heliometers	— 88
— 50	Berechnung des Werthes der Scale	— 90
— 51	Angabe der übrigen Correctionen des Heliometers für die beifolgenden Beobachtungen und Beispiel zu Artt. 16 u. 17	— 93
— 52	Vollständige Reduction einer Beobachtung als Beispiel	— 95
Zusatz		— 101
Cometenbeobachtungen		— 103

Das unter dem Namen »Heliometer« im Wesentlichen allgemein bekannte Instrument hat seit seiner ersten Erfindung von *Bouguer* und *Savary* mehrfache Veränderung erlitten. Anstatt dass diese beiden Gelehrten, und vorzugsweise der Erstere, ein Fernrohr, welches mit zwei ganzen Objectiven von gleichen Brennweiten, die man einander nähern und entfernen konnte, versehen war, zu Messungen von Distanzen welche in gewissen Grenzen eingeschlossen waren, und vorzüglich für die Bestimmung des Sonnen-Durchmessers anwendeten, verfertigte *Dollond* Fernröhre, die ein, durch einen diametralen Schnitt in zwei gleiche Hälften getheiltes Objectiv hatten. Durch diese Einrichtung war es möglich geworden, die Distanzen von der kleinsten an zu messen, während die frühere auch von dieser Seite eine Grenze steckte, weil sie nicht gestattete die Achsen der beiden Objective einander näher zu bringen, als um den Durchmesser derselben. Dieser ausgezeichnete Künstler stellte insonderheit ein solches Objectiv, vor das eines gewöhnlichen Fernrohrs,

und gab demselben eine negative Brennweite; er bewirkte dadurch dass irgend ein Bogentheil einer gröfseren Lineargröfse auf der Scale der Verschiebung correspondirte, als sonst der Fall gewesen wäre. Es steht indess dahin, ob dieser Vortheil nicht von dem Lichtverluste den die Mehrzahl der brechenden Flächen erzeugt, aufgehoben oder gar überwogen wurde. Man findet auch von andern Künstlern dergleichen Micrometer an Spiegel-Telescopen und parallactischen Instrumenten angebracht. *Dollond* nannte sie ausschliesslich Objectiv-Micrometer, eine Bezeichnung die man eigentlich hätte beibehalten sollen, da ihre ursprüngliche Bestimmung nur eine überhaupt mögliche Anwendung derselben ist.

In der genannten Gestalt blieb bis auf unbedeutende Abänderungen das Instrument bis auf die Zeiten *Fraunhofers*. Diesem grofsen Manne, hier wie überall in seinem Wirken nicht sich gnügend in die Fufstapfen zu treten, die seine Vorgänger ihm vorgezeichnet hatten, war es leicht, aufser den Vorzügen, welche die Bauart und Bearbeitung der Münchener Instrumente überhaupt vor andern voraus haben, wichtige Verbesserungen anzubringen. Das zweite Objectiv nach *Dollond* verwarf er und machte das durchschnittene zum alleinigen des Fernrohrs; er richtete ferner die Verschiebungen so ein, dass die Distanzen durch Wiederholung gemessen werden konnten, und wandte zur Fortbewegung der Objectivhälften, statt der bisher gebräuchlichen gezahnten Räder, sehr feine Schrauben an, deren eine zugleich zur Messung der Verschiebung dient. Auch befindet

sich an dessen Heliometern an der Rotationsbewegung des Objectivs ein eingetheilter Kreis, durch dessen Hülfe man den Positionswinkel der Sterne zugleich messen, und also einen unbekannten durch *einen* bekannten bestimmen kann. Um den Anfangspunct des Positionswinkels von dem Declinationskreise zählen zu können, ist das Instrument parallactisch aufgestellt; diese Aufstellung ist demnach nicht als etwas dem Zwecke des Instruments Untergeordnetes zu betrachten, sondern mit demselben wesentlich verknüpft. Es ist aber aus derselben Ursache nothwendig, dass das Fernrohr sich in einem gewissen Grade genau in den resp. Kreisen bewegt, und in Bezug darauf hat der Künstler das Seinige gethan, dass er durch ein System von Gegengewichten den Anomalien, die die Einwirkung der Schwerkraft auf die unterschiedenen Theile, in den mancherlei Stellungen derselben erzeugen würde, vorbeugte: dem Astronomen liegt es ob, die Aufstellung an Ort und Stelle ihrem Zwecke entsprechend einzurichten, und die Beobachtungen die er nach diesem damit angestellt hat, auf eine sichere Art zu reduciren. Eine hierzu dienliche, und durch Erfahrung bewährte Methode meinen Lesern vorzulegen und zugleich die Cometen-Beobachtungen, die ich bereits mit dem *Fraunhoferschen* Heliometer der hiesigen Sternwarte angestellt habe, nach dem Originale zu publiciren, ist der Zweck dieser Schrift. Um für diejenigen, welche kein solches Instrument gesehen haben, nicht unverständlich zu seyn, muss ich eine kurze Beschreibung des Instruments vorangehen lassen. Man darf indess hierin keine umständliche Darstellung des Mechanismus, noch eine genaue Erörterung der Verbin-

dung der einzelnen Theile suchen; es ist hinlänglich, dasjenige
 was mit der Berichtigung des Instruments und der Berechnung
 der Beobachtungen in wesentlicher Verbindung steht, anzufüh-
 ren, und kann man sich auch nur durch die Beschreibung des
 Instrument *in abstracto* vorstellen, so ist meine Absicht er-
 reicht.

Erster Abschnitt.

Beschreibung und Aufstellung des Heliometers.

1.

Eine 1 Fuß 8 Zoll hohe verticale messingene Säule, welche sich unten in drei Arme, die wie gewöhnlich mit vertical stehenden Schrauben versehen sind, endigt, dient dem Heliometer als Fußgestell. Durch diese Säule geht der Länge nach eine stählerne Achse, welche gestattet das ganze übrige Instrument im Sinne des Azimuths zu bewegen. Die Festsetzung geschieht durch zwei Schrauben, welche sich gegen einen eisernen, auf der Säule festgeschraubten Klotz stemmen. Es waren anfänglich zwei solcher Klötze vorhanden, welche einander diametral gegenüber standen, diesen habe ich noch zwei hinzufügen lassen, so dass jetzt im Umkreise vier dergleichen, 90° von einander abstehend befindlich sind. Durch diese kann ich nun die Stundenachse, deren Hülse an der genannten stählernen Achse befestigt ist, in jedem beliebigen Azimuthe befestigen. Der Nutzen den diese Einrichtung bringt, wird klar werden, wenn ich von der Berichtigung des Instruments rede. Ein Azimuthalkreis ist nicht da, er wäre auch völlig überflüssig.

Wie gesagt, ist an der verticalen Achse die Hülse der Achse, welche nachher mit der Weltachse parallel seyn muss, oder der Stundenachse, befestigt; sie trägt überdies den hierzu gehörigen eingetheilten Kreis und zwei Niveau's, von welchen das eine in der Richtung von Süden nach Norden, das andere von Osten nach Westen steht. An der Stundenachse befindet sich die Hülse für die Achse, welche in der Ebene des Aequators liegen muss, oder der Declinationsachse, nebst dem eingetheilten Declinations-

kreise; an dieser letzt genannten Achse sitzt unmittelbar das Fernrohr. Die Festsetzung und feine Bewegung geschieht bei beiden Kreisen durch eine Schraube ohne Ende.

Das Ganze wird durch verschiedene Gegengewichte unterstützt und äquilibrirt, von welchen es aber ausser meinem Plane liegt eine Beschreibung zu geben, da solche sich ohne Kupfer nicht kurz und deutlich einrichten liesse.

Rücksichtlich der relativen Lage der verschiedenen Achsen ist aber nothwendig Folgendes zu bemerken. Die Achse des Fernrohrs befindet sich in der Verlängerung der Declinationsachse, diese in der Verlängerung der Stundenachse, und diese wieder in der Verlängerung der verticalen Achse. Es ist möglich ein parallactisches Instrument so einzurichten, dass alle Achsen sich in einem und demselben Punkte schneiden, und dass zugleich das Fernrohr mit unerheblicher Ausnahme auf alle Punkte des Himmels geführt werden kann,*) aber *Fraunhofer* hat diese Einrichtung, die in der That etwas gezwungen ist, nicht gewählt. Der Punkt, wo die Declinationsachse die Achse des Fernrohrs trifft, ist 5 Zoll 6 Linien Pariser Maafs von dem Punkte entfernt wo jene von der Stundenachse geschnitten wird, und dieser letzte Durchschnittspunkt liegt wieder 1 Zoll 3 Linien auf der nördlichen Seite der Verlängerung der verticalen Achse; die Declinationsachse und die Achse des Fernrohrs liegen, wie hieraus leicht einzusehen ist, nur dann in der Verlängerung der verticalen Achse, wenn der Stundenkreis 6^h zeigt und das Fernrohr zugleich mit der Stundenachse parallel gerichtet ist. Diese Excentricität des Fernrohrs hat natürlich auf die Einstellung cölestischer Gegenstände keine Wirkung, für einen terrestrischen Gegenstand aber macht sie nach Maafsgabe der Entfernung desselben eine kleine Correction nöthig, die in die Classe der Parallaxen gehört und, wie wir

*) Man findet in den *Philos. Transact.* neuerdings ein solches Aequatoreal von den Herren *Herschel* und *South* beschrieben und abgebildet.

in der Folge sehen werden, sehr einfach zu berechnen ist. Die nächste Umgebung der Declinationsachse ist so eingerichtet, dass diese, wie nothwendig ist, Freiheit hat, sich im ganzen Umkreise um die Stundenachse herum drehen zu können, und eben so bewirkt die Excentricität des Fernrohrs, dass man dieses um die Declinationsachse auch im ganzen Umkreise herumführen kann, dadurch wird es möglich das Fernrohr auf die meisten Puncte des Himmels auf zwei verschiedene Arten richten zu können. Denn nimmt man das Fernrohr auf irgend einen Punct der Sphäre zeigend an, und dreht hierauf die Declinationsachse mit demselben 180° um die Stundenachse, so wird es natürlich auf einen Punct zeigen, welcher dieselbe Declination, aber einen Stundenwinkel um 12^h gröfser als der vorige hat, also überhaupt auf einen Punct, welcher mit dem ersten in einem und demselben Declinationskreise liegt, und man kann es daher jetzt durch die alleinige Declinationsbewegung, in so ferne die verticale Säule kein Hinderniss darbietet, auf den ersten Punct zurückführen. Es ist im Verhältnisse zum Ganzen nur eine kleine Fläche der Sphäre, für welche die Säule die eine dieser beiden Einstellungsarten unmöglich macht, unter andern ist sie für Puncte welche im Horizonte oder nahe demselben liegen, nie im Wege. Nimmt man ausser der Stunden- und Declinationsbewegung noch die im Azimuthe zu Hülfe, so kann man eigentlich das Instrument auf einen Punct auf unzählige Arten einstellen. Dieses wird uns bei der Auffindung der Berichtigungen von grossem Nutzen seyn, und ist daher als ein wesentlicher Vorzug des Instruments anzusehen. Aber nicht blofs hierin, sondern auch bei Auftragung der Theilungen des Stunden- und Declinationskreises hat der Künstler grofse Umsicht bewiesen; die des Declinationskreises geht ununterbrochen von 0° bis 360° , und zwar so dass er 0° zeigt, wenn das Fernrohr auf den Nordpol gerichtet ist, und zwischen 0° und 180° unter andern wenn das Fernrohr westlich von der Stundenachse steht und auf einen süd-

lichen Punct des Himmels zeigt. Diese Art die Theilung aufzutragen ist unbedingt jener vorzuziehen, wo man von jedem Quadranten an die Reihenfolge der Ziffern unterbricht. Auf dem Stundenkreise sind die Stundenwinkel von 0^h bis 12^h und dann in derselben Folge wieder von 0 bis 12^h aufgetragen. Bei den zwei verschiedenen Einstellungen auf einen Punct zeigt also der Declinationskreis einmal die Polardistanz und das anderemal das Supplement derselben zu 360° , während der Stundenkreis jedesmal einen und denselben zwischen 0^h und 12^h liegenden Stundenwinkel angiebt; für einen Punct auf der Ostseite des Meridians hat man also immer, um überhaupt diese Winkel von 0^h bis 24^h zu zählen, 12^h zu addiren, worinn man sich nie irren kann. Wir werden in der Folge bei den Berichtigungen sehen, dass die beiden Einstellungsarten rücksichtlich dieser wesentlich von einander verschieden sind, und dass diese Verschiedenheit einzig mit der Polardistanz des Punctes in Verbindung steht; sie wird also durch das Instrument vollkommen angezeigt. Durch Hülfe der Nonien geben beide Kreise, deren Durchmesser 4 Zoll 6 Linien ist, unmittelbar $20''$ in Bogen an; da jeder aber nur einen Nonius hat, so kann die Ablesung von dem Fehler der Excentricität der Theilung afficirt seyn; allein wenn man sich erinnert, dass bei den Münchener Instrumenten sich diese Excentricität stets sehr klein findet, so kann man in diesem Falle kaum einen erheblichen Fehler muthmaßen; übrigens ist dieser, wie wir hernach sehen werden, leicht zu finden.

2.

Das Rohr des Fernrohrs ist aus Holz gefertigt, und an beiden Enden und in der Mitte mit messingenen Fassungen versehen, um die zu dem Objectiv und dem Ocular gehörigen Theile, so wie die Declinationsachse daran befestigen zu können. Es ist ein wenig conisch, nemlich der Durchmesser am Objectivende 4 Zoll 7 Linien und am Ocularende 3 Zoll 10 Linien. Die bei-

den Hälften des durchschnittenen achromatischen Objectivs, dessen Brennweite 41 Zoll 10 Linien und Oeffnung 34 Linien, sind jede an einem Schieber befestigt, welcher mittelst einer sehr feinen Schraube seiner Länge sich in grader Linie bewegen kann, es können durch diese Schrauben die Achsen der Objectivhälften, weil sie sich von einander isolirt bewegen, in jedem beliebigen Punkte ihrer Verschiebung nach Erforderniss in Eins vereinigt oder getrennt werden. Eine Scale neben jedem Schieber zeigt durch Hülfe eines Index die Revolutionen der dazu gehörigen Schraube an, und giebt, wenn der Schieber so weit als möglich vom Schraubenkopfe, welcher nebst der Schraube seinen Ort nicht verändert, entfernt ist 0, an der andern Extremität der Verschiebung aber 130 Revolutionen an. Der eine dieser Schraubenköpfe ist auf seiner Peripherie in 100 Theile getheilt, von welchen man noch Zehntel schätzen kann. Mit jeder der beiden Schrauben ist durch Hülfe zweier gezahnten Räder eine Lenkstange verbunden, welche längs dem Fernrohre liegt, und den Zweck hat zu bewirken, dass man während man durchs Ocular sieht, die Objectivhälften fortbewegen kann. Es wäre überflüssig zu erklären, wie man dadurch, dass man mittelst Verschiebung der Objectivhälften die Bilder zweier Sterne in Coincidenz bringt, ihre Distanz messen kann, da dies in andern Schriften ausführlich gezeigt ist; wir müssen aber die Abweichung von dem gewöhnlichen Verfahren welche die *Fraunhofer*-sche Einrichtung gestattet, berühren. Diese besteht wie bereits angeführt ist darin, dass man die Distanzen durch Repetition messen kann, und zwar ist dies dadurch bewirkt, dass beide Schieber unabhängig von einander bewegt werden können. Das Verfahren ist nun folgendes: Nachdem man erst einmal die Bilder in Coincidenz gebracht hat, liest man den Schieber, welcher den eingetheilten Schraubenkopf trägt, ab, oder man thut dies vorher und vollendet die Einstellung der Bilder durch den andern Schieber, alsdann bewegt man jenen bis die Achsen der

beiden Gläser zusammen fallen und weiter bis die Bilder von Neuem coincidiren; liest man jetzt wieder die Schieber ab, so ist die Differenz mit der vorigen Ablesung die doppelte Distanz. Will man aber diese mehrfach wiederholen, so führt man den zweiten Schieber in derselben Richtung wie früher den ersten, bis zu einer neuen Coincidenz fort und hierauf wieder eben so den ersten, wodurch man die vierfache Distanz bekommt. Dies Verfahren wiederholt man so oft man will und die Länge der Verschiebung es erlaubt; man sieht dass die Anzahl der Repetitionen stets eine grade Zahl ist. Will man eine Distanz einfach messen, so ist es nothwendig den Punct der Theilung zu suchen, für welchen die beiden Bilder eines Gegenstandes zusammen fallen, oder die Collimation der Schieber, ausserdem ist dies überflüssig.

Die Objectivhälften sammt der ganzen Vorrichtung, die zu ihrer Befestigung und Verschiebung dient, haben ferner eine Kreisdrehung um die Achse des Fernrohrs, welche nothwendig statt finden muss, um den Durchschnitt derselben stets in die Ebene, welche durch die beiden Sterne die man beobachtet und durch das Auge des Beobachters geht, bringen zu können, weil man sonst die Bilder nicht in Coincidenz bringen könnte. Diese Bewegung ist mit einem eingetheilten Kreise und zweien Nonien versehen und dient, um zugleich mit der Distanz zweier Sterne, den Winkel den ein größter durch dieselben gezogener Kreis mit einem in der Nähe befindlichen Declinationskreise macht, oder den Positionswinkel der Sterne zu messen. Die Nonien geben unmittelbar $6'$ an, man schätzt aber leicht weniger als die Hälfte. Der Kreis zeigt 0° , wenn bei solcher südlicher Stellung des Fernrohrs, bei welcher der Declinationskreis zwischen 0° und 180° zeigt, die Micrometerschrauben nach unten oder Süden gekehrt sind, von da geht die Theilung nach Osten. Man kann diesen Kreis nur um etwas über 180° drehen, weil für den übrigen Theil des Umkreises die Lenkstangen mit der Declinationsachse und

den nahe liegenden Theilen in Berührung kommen, allein es coincidiren die Bilder nach einer Drehung von 180° wieder, folglich ist die statt findende für alle Fälle mehr als hinreichend. Durch Hülfe einer Schraube ohne Ende vollführt man an diesem Kreise, so wie an dem Stunden- und Declinationskreise die Einstellung. Es war früher nicht möglich, diese Schraube zu erreichen, während man durchs Ocular sahe und deshalb nothwendig bei den Beobachtungen einen Gehülfen zu haben, der dies verrichten könnte; um dessen aber überhoben zu seyn, habe ich durch einen einfachen Mechanismus eine Lenkstange damit verbinden lassen, durch welche ich vom Ocular aus die Einstellung selbst machen kann. Wenn die Sterne welche man beobachten will, verschiedene Lichtstärke haben ist es sehr schwer, und von einer gewissen Differenz an unmöglich die Coincidenz der Bilder zu beobachten, der schwächere Stern verschwindet schon, wenn er in die Nähe des hellern kommt. Um diesem Uebelstande abzu- helfen, habe ich einen Schirm anbringen lassen, den ich gleichfalls vom Ocular aus dirigiren, und durch den ich wechselsweise die eine und die andere Objectivhälfte bis auf einen beliebigen Theil verdecken kann. Da das Objectiv im Verhältnisse seiner Fläche dem Auge Lichtstrahlen zusendet, so lässt sich durch diese Vorrichtung das Licht des hellern Sterns so schwächen, dass es dem des schwächern gleich kommt, und sich also die Coincidenz ohne Schwierigkeit beobachten lässt; es wären ohne diese Einrichtung viele der hierbei folgenden Beobachtungen unmöglich geworden.

3.

Die Fassung des Oculars ist ebenfalls unmittelbar auf einen Schieber geschraubt, welcher eine gradlinige Theilung mit einem Index trägt, die mit denen der Objectivhälften übereinstimmt. Mit dieser gradlinigen Bewegung zugleich kann es sich, wie das Objectiv, um die Achse des Fernrohrs im Kreise herum bewegen, und die Theilung welche durch Hülfe eines Index ganze Grade

angiebt, ist in demselben Sinne wie dort aufgetragen. Die vier Oculare haben dieselbe Einrichtung, welche in andern astronomischen Messinstrumenten statt findet, dass nämlich das Bild vor das erste fällt. Die Fassungen aller vier sind nicht eingerichtet um Fäden einzuziehen, aber es ist eine solche beigegeben in welche das zweite passt. Durch die an dieser befindlichen Correctionsschrauben kann man dem Fadennetze theils eine Rotationsbewegung, theils eine gradlinige, auf die des Schiebers rechtwinklich, beide aber nur von kleiner Ausdehnung mittheilen; sie dienen, um dem Netze die erforderliche Stellung zu geben. Ich habe in der Richtung des Schiebers so wie, so nahe als möglich perpendicular auf dieser zwei parallele, 20" von einander entfernte Spinnefäden eingespannt, diese vier bilden durch ihre Durchschnittspunkte in der Mitte des Gesichtsfeldes nahe ein Quadrat, dessen Seiten jede 20" ist, und welches statt des früher gebräuchlichen Durchschnittes zweier Fäden zur Einstellung der Objecte dient; ich werde es in der Folge mit dem Worte "Fadenquadrat" bezeichnen. Die Vergrößerungen, mit einem Cary'schen Dynameter gemessen, sind resp. 47, 69, 94 und 165 mal, und die Durchmesser des Gesichtsfeldes resp, 46', 35', 27' und 16'.

In so ferne man bloß die Distanz zweier Sterne messen will, ist es ganz gleichgültig, wie das Instrument aufgestellt ist, nur der Bequemlichkeit halber wird man es so stellen können, dass die Bewegungen des Stativs mit der täglichen Bewegung der Sterne ungefähr correspondiren. Ist es aber darum zu thun, zugleich den Positionswinkel zu haben, und also einen unbekannten Stern durch einen bekannten zu bestimmen, so muss auf die Aufstellung mehr Sorge verwandt werden, es müssen die wahren Coordinaten der Sterne mit den Werthen die das Instrument dafür angiebt so nahe wie möglich übereinstimmen; wir wollen jetzt zeigen welche Bedingungen für diesen Zweck erfüllt werden müssen, und wie man sie erfüllen kann.

4.

Damit das Instrument vollkommen corrigirt sey, ist erforderlich :

Dass die Achse des Fernrohrs, worunter ich die Linie verstehe, welche die Mittelpuncte der beiden Positionskreise verbindet, mit der Declinationsachse einen rechten Winkel mache ;

dass diese Achse von der Stundenachse gleichfalls unter einen rechten Winkel geschnitten werde ;

dass der Nonius des Declinationskreises 0° zeige, wenn die Achse des Fernrohrs mit der Stundenachse parallel ist ;

dass diese Achse wieder mit der Weltachse parallel sey, und

dass nach diesem der Stundenkreis 0^h zeige, wenn die Declinationsachse horizontal ist.

Die letzte Bedingung lässt sich auch wie folgt ausdrücken : Man soll den Stand der verticalen Achse in Beziehung auf das Zenith, kennen, für welchen zu gleicher Zeit der Stundenkreis 0^h zeigt, und die Declinationsachse horizontal ist. Es ist überhaupt willkührlich, welchen Stand man für diesen wählt; nimmt man aber an, dass die verticale Achse im berichtigten Zustande in der Ebene des Meridians stehen soll, so ergiebt sich, wie wir in der Folge sehen werden, eine bequeme Methode den Nonius des Stundenkreises zu berichtigen. — In der Richtung von Süden nach Norden ist der Stand der verticalen Achse durch die vorletzte Bedingung bestimmt, weil sie mit der Hülse der Stundenachse fest verbunden ist, ob sie wirklich eine verticale Stellung in dieser Richtung bekommt hängt davon ab, wie der Künstler den Winkel zwischen diesen beiden Achsen, welcher der Aequatorhöhe des Beobachtungsortes gleich seyn sollte, getroffen hat; es ist übrigens gleichgültig, ob daran ganze Grade fehlen oder nicht, man braucht auch, wie sich in der Folge ergeben wird, diesen Winkel gar nicht zu kennen. — Wir können also statt unserer letzten Bedingung setzen :

dass der Nonius des Stundenkreises o^h zeigen muss, wenn die Declinationsachse mit der verticalen einen rechten Winkel macht.

5.

Unter den Theilen woraus das Fernrohr zusammengesetzt ist, müssen folgende Beziehungen statt finden:

Die Schieber auf welchen die Objectivhälften befestigt sind, müssen sich in grader Linie einander parallel bewegen, und in solcher Entfernung von einander gestellt seyn, dass es stets eine dritte Parallele giebt, welche durch die Achsen beider Objectivhälften geht;

der Positionskreis muss o° zeigen, wenn die Richtung der Schieber parallel mit der Ebene ist, in der sich das Fernrohr um die Declinationsachse dreht;

für den Positionskreis am Ocular muss eben dasselbe statt finden;

wenn die Achsen der Objectivhälften und das Fadenquadrat, welches als in der Achse des Oculars befindlich angenommen wird, in der Achse des Fernrohrs stehen, so müssen die gradlinigen Theilungen eine und dieselbe Zahl, am einfachsten das Mittel der ganzen Eintheilung angeben;

können die Objectivgläser nicht in die Achse des Fernrohrs gebracht werden, so muss das eben Gesagte für das Minimum der Entfernung von derselben gelten, und man muss dem Fadenquadrat dasselbe Minimum durch seine Correctionsschrauben geben, wie es für die Achsen der Objectivhälften statt findet. Eine Folge der letzten Bedingung ist, dass die optische Achse stets Null ist, wenn Objectiv und Ocular auf gleiche Theilung gestellt sind, und übrigens die erste Bedingung des vorigen Artikels erfüllt ist.

Um nun aber richtige Beobachtungen liefern zu können, ist es hier, wie überall in der practischen Astronomie keinesweges

nothwendig, dass diese Bedingungen wirklich erfüllt seyen; es ist hinlänglich, wenn man weiss, wie viel an jeder derselben fehlt, ja es wird selbst vortheilhaft und bequem seyn, einige derselben nur nahe durch die Stellschrauben des Instruments zu erfüllen, und das Uebrige durch Rechnung zu ergänzen.

6.

Es wird zuvörderst nöthig seyn, dasjenige was die Stellung des Objectivs und Oculars betrifft, in Ordnung zu bringen. Bey dem *Fraunhofer'schen* Heliometer ist die eine Objectivhälfte so auf der Platte, welche ihr zur Unterlage dient, befestigt, dass sie nur mittelst der zum Beobachten gehörigen Verschiebung fortgerückt werden kann; hat also der Künstler diese von Anfang an nicht so gestellt dass die Linie in der sich die Achse des Glases bewegt, die Achse des Fernrohrs schneidet, so kann man dieses nicht zu Wege bringen; man muss also das Minimum der Entfernung suchen.

Nachdem man das eine Fadenpaar durch die am Oculareinsatze befindlichen Correctionsschrauben mit der Bewegung des Ocularschiebers parallel gemacht hat, welches durch Verstellung dieses Schiebers leicht untersucht wird, und also das zweite Fadenpaar auf diese Bewegung nahe senkrecht ist, bringe man die Achse der erwähnten Objectivhälfte auf das Minimum seiner Entfernung vom Mittelpuncte der Kreisdrehung. Es findet, wie leicht zu sehen diese Stellung statt, wenn bei diametralen Stellungen des Objectivs irgend ein Gegenstand sich nicht im Sinne der Richtung der Schieber ändert; man richte, wenn dies geschehen, den Index des Schiebers auf das Mittel der ganzen Scale; bei dem *Seeberger* Heliometer ist es die Zahl 65. — Ich werde diesen Punct, sowohl wie den analogen des Oculars, auf welche sich alle nachherige Correctionen beziehen werden, den Hauptpunct nennen. — Man nehme jetzt mit dem Schieber des Oculars dieselbe Operation vor, wodurch man also dessen Haupt-

punct auch kennen lernt. Um aber das eben Gesagte sicher ausführen zu können, ist es nothwendig, dass der Schieber des Oculars mit dem des Objectivs parallel gestanden habe; es muss also dieser vorher so gestellt seyn, dass während der Verschiebung des Objectivs ein Gegenstand zwischen den, schon mit demselben parallel gestellten Fäden verbleibt. Die Ablesung an beiden Positionskreisen in diesem Zustande giebt ihre relative Collimation an; es wird am zweckmässigsten seyn, die Collimation des Ocularkreises, auf welche es minder genau ankommt, nachher, wenn das Absolute bekannt seyn wird, durch den beweglichen Index auf Null zu bringen.

Nachdem dies alles gemacht ist, und beide Schieber die eben verlangte Stellung haben, stelle man einen hinlänglich weit entfernten Gegenstand in das Fadenquadrat, und drehe darauf beide Positionskreise um 180° , steht das Bild an dem nemlichen Orte so ist das ein Zeichen dass das Fadenquadrat dasselbe Minimum der Entfernung vom Mittelpuncte der Kreisdrehung hat, wie die Achse des Objectivs. Trifft dieses nicht ein, so bringt man es durch die Correctionsschrauben an dem Oculareinsatze dahin.

Um diese kleinste Entfernung zu messen, kann man sich mit hinlänglicher Genauigkeit des Ocularschiebers bedienen. Man stelle zu dem Ende beide Positionskreise 90° auseinander, und messe durch den Schieber die Verrückung eines Gegenstandes, welche durch Drehung des Objectivs um 180° entsteht; die Hälfte dieser ist das Verlangte.

7.

Hierauf können wir untersuchen, ob die Objectivschieber die erforderliche Stellung in Beziehung auf einander haben. — Wenn für irgend einen willkürlichen Stand der einen Objectivhälfte, es stets einen der andern giebt, für welchen beide Bilder eines Gegenstandes in Eins zusammen fallen, so ist dies ein Beweis, dass sich die Schieber einander parallel bewegen, und dass

auch die vorher genannte Bedingung wegen der Achsen der Gläser erfüllt ist; es ist indess noch nicht ausgemacht, ob sie sich in grader Linie bewegen.

Diese Untersuchung über das Zusammenfallen der Bilder, lässt sich sehr scharf an einem Fixsterne bei Tage vornehmen. Um solchen mit Leichtigkeit auffinden zu können, ist es nothwendig, dass das Instrument vollständig corrigirt sey, man nimmt daher am Besten diese Berichtigung, so wie die nachgehende Auffindung der Collimation des Positionskreises, zuletzt vor; um die übrigen Correctionen zu machen, bedient man sich entweder nur des von der schon berichtigten Objectivhälfte gemachten Bildes, oder bringt vorläufig durch Hülfe eines terrestrischen Gegenstandes die Achse des andern Glases so nahe als es dadurch geschehen kann, mit diesem in Coincidenz.

Die Untersuchung über die gradlinige Bewegung der Objectivschieber lässt sich mit der Auffindung der Collimation des Positionskreises auf einmal abmachen. Es soll wie wir oben sahen, dieser Null zeigen, wenn die Richtung der Schieber parallel mit der Ebene ist, in welcher die Bewegung des Fernrohrs um die Declinationsachse vor sich geht. Man stelle daher die Objectivhälften um irgend etwas, nicht zu wenig, auseinander, und bringe durch Hülfe der Stunden- Declinations- und Positionsbewegung irgend einen Gegenstand so in das Feld des Fernrohrs, dass dessen beide Bilder nachher durch die alleinige Declinationsbewegung successive in das Fadenquadrat gebracht werden können. Hat man das bewerkstelligt, so ist klar, dass die genannte Bedingung erfüllt ist und dass also der Positionskreis Null zeigen muss; das was er wirklich zeigt, ist daher seine Collimation mit umgekehrtem Zeichen. Bringt man nun durch solche fortgesetzte Operationen, die man darin verändert, dass man die Schieber auf andere Punkte stellt, stets dieselbe Collimation heraus, so kann man gewiss seyn, dass die Schieber sich in grader Linie bewegen, wenn man übrigens sich überzeugt hat, dass die

Achsen der Gläser für alle Punkte der Verschiebung zusammen fallen. Für die Collimation des Positionskreises am Ocular kann man auch statt der im vorigen Art. angegebenen Art sich eines analogen Verfahrens bedienen.

Es ist natürlich am besten, die Collimation des Positionskreises am Objectiv zu lassen wie sie ist, und nachher in Rechnung zu bringen; dahingegen ist es vortheilhafter und gewissermaassen nothwendig, wenigstens einmal den Nonparallelismus der Schieber fortzuschaffen, welches sich auch, wenn man, wie oben gesagt, einen Fixstern zum Gegenstande wählt, besonders genau machen lässt. Es kann indess wünschenswerth seyn zu wissen, wie ein solcher Fehler auf die Beobachtungen einwirkt, da es sich treffen könnte, dass man in solchem Zustande mit dem Instrumente beobachtet hätte, und ausserdem die Beobachtungen verwerfen müsste. Ich werde daher ein Verfahren für diesen Fall angeben.

8.

Es bedarf hierzu einer Figur, welche beizufügen indess nicht nothwendig ist, da jeder sie nach der folgenden Vorschrift leicht wird entwerfen können. Man ziehe zwei Linien die sich durchschneiden, den Durchschnittspunct nenne man a ; auf diesen Linien stecke man in gleicher Entfernung von a , auf der ersten den Punct b , auf der zweiten den Punct d ab. Ebenfalls in gleicher, aber kleinerer Entfernung von a , bezeichne man zwei Punkte mit f und c . Man verbinde b und c so wie f und d durch grade Linien, nenne den Durchschnittspunct dieser e und ziehe eine Linie $g e a$. Auf ähnliche Art bildet man noch auf den erst genannten Linien die Punkte b' , f' , d' , c' und durch $b' c'$ und $d' f'$ den Punct e' .

Es seyen nun in der beschriebenen Figur $b a$ und $d a$ die graden Linien, welche die Achsen der Objectivhälften vermitteln ihrer Verschiebung beschreiben, übrigens die Indices so gestellt, dass sie gleiche Zahl angeben, wenn die Achsen sich im

gemeinschaftlichen Durchschnittspuncte a befinden. Hat man nun eine Distanz $b c$ gemessen, so werden die Ablesungen die Differenz zwischen b und c , das ist $b f$, angeben, und statt der Lage der Linie $b c$, durch welche der Positionswinkel bestimmt wird, wird man überhaupt die Lage irgend einer andern Linie bekommen. Man kann die im vorigen Art. gegebene Methode für die Auffindung der Collimation des Positionskreises stets so einrichten, dass man bei den Beobachtungen die Lage der Linie $g a$, welche den Winkel $b a d$ halbt, bekommt, und dass also der gefundene Positionswinkel um den Winkel $g e b$ verbessert werden muss. Man muss nemlich die Einstellungen der Schieber so wählen, dass sie sich wechselsweise gleich sind, nemlich einmal diese auf b und c , und das andermal auf f und d stellen, da $f a = c a$ und $d e = b a$ ist. Das arithmetische Mittel aus den beiden so gefundenen Collimationen giebt die Collimation, welche der Linie $g a$ angehört. Die Verbesserung des Positionswinkels sowohl wie die der gefundenen Distanz ist, wie man sieht, Function des Winkels $b a d$, den die Schieber mit einander machen, und die Linie $a b$ oder $a c$, oder was dem gleichbedeutend ist, des Punctes der Scale (wenn nöthig verlängert) welchem der Durchschnittspunct a correspondirt. Ehe wir daher die Ausdrücke für jene Correctionen entwickeln, müssen wir zeigen, wie man diese Elemente der Rechnung finden kann.

9.

Man stelle den einen Schieber auf irgend einen Punct b , für welchen die Scale A zeigt, den andern auf den Punct c , für welchen die Ablesung B ist und verfare wie in Artikel 7. für die Auffindung der Collimation des Positionskreises gezeigt ist, so ergiebt sich in diesem Falle der Winkel, den die Linie $b c$ mit dem Nullpuncte der Theilung macht; sey die Ablesung am Positionskreise μ . Um im Folgenden eine Norm für die algebraischen Zeichen der vorkommenden Gröfsen zu haben, nehme

ich an, dass es der Schieber mit dem eingetheilten Schraubenkopfe war, welcher A zeigte, und dass $A < B$. Hierauf stelle man den ersten Schieber auf den Punct f , das ist auf die Zahl B , und den zweiten auf den Punct d , nemlich auf die Zahl A , so wird man auf ähnliche Art wie früher die Lage der Linie df , oder die Ablesung ν am Positionskreise bekommen. Der Unterschied dieser beiden Angaben des Positionskreises, oder $\mu - \nu$, ist der Winkel $b e d$. Durch eine ähnliche Operation von den Puncten b', c', d' und f' aus, findet man den Winkel $b' c' d'$; seyen hierfür A', B', μ', ν' dasselbe was diese Buchstaben früher waren. Wir haben jetzt hinreichende Data um die Elemente zu finden. Um mehrerer Einfachheit willen nehme ich an, dass $bf = b' f'$ und also auch $= dc = d' c'$, und nenne die Zahl, welche die Scalen für den Punct a angeben E , so wie den Winkel $b a c \dots \varepsilon$. Setzt man nun

$$\mu - \nu = \alpha, \quad \mu' - \nu' = \alpha'$$

$$\frac{1}{2}(B - A) = \frac{1}{2}(B' - A') = h$$

$$A' - A = B' - B = k'$$

$$E = e + \frac{1}{2}(B + A)$$

so geben die Dreyecke $a b c$ und $a' b' c'$ resp.

$$tg \frac{1}{2} \varepsilon = \frac{h}{e} tg \frac{1}{2} \alpha$$

$$tg \frac{1}{2} \varepsilon = \frac{h}{e - k'} tg \frac{1}{2} \alpha'$$

} (a)

woraus sogleich folgt

$$e = k' \frac{\sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha'}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \alpha')}$$

$$tg \frac{1}{2} \varepsilon = \frac{h}{k'} \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \alpha')}{\cos \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha'}$$

oder wenn α und α' klein sind, mit hinreichender Genauigkeit

$$e = k' \frac{\alpha}{\alpha - \alpha'}$$

$$\varepsilon = \frac{h}{k'} (\alpha - \alpha')$$

Es wird immer angemessen seyn, statt dieser zwei α welche hinreichend sind, mehrere längs der ganzen Verschiebung zu bestimmen und diese alle mit Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate für die Auffindung von E und ε zu benutzen. — Seyn denn durch die Beobachtungen wie beschrieben $h, A, B, \mu, \nu, \alpha; A', B', \mu', \nu', \alpha'; A'', B'', \mu'', \nu'', \alpha''$ etc. bestimmt, überdies

$$k = A - A = 0$$

$$k' = A' - A$$

$$k'' = A'' - A$$

etc.

Da es sich wohl immer treffen möchte, dass ε klein ist, so wollen wir dies annehmen, und in Folge dieses voraussetzen, dass auch alle α klein sind, welches man, wenn das erste statt findet, stets durch den Werth den man h giebt, bewerkstelligen kann. Die Gleichungen (a) des vorigen Art. geben nun für jede Beobachtung eine Gleichung von der Form

$$\varepsilon = \frac{h}{\sigma - k} \alpha$$

setzt man in dieser $e = \frac{u}{\varepsilon}$ so lässt sie sich in folgende umwandeln

$$u - k\varepsilon = h\alpha$$

die man in Vereinigung mit den übrigen ähnlichen

$$u - k'\varepsilon = h\alpha'$$

$$u - k''\varepsilon = h\alpha''$$

etc. etc.

weil sie linearisch sind, sogleich durch die Methode der kleinsten Quadrate auflösen, und dadurch die Werthe der unbekannten Gröfsen u und ε finden kann. Wendet man die Vorschriften dieser Methode unmittelbar auf die obigen Gleichungen an, so ergibt sich, wenn man unter vorgesetztem Σ die Summe aller gleichnamigen Gröfsen versteht und

$$\Sigma \alpha. \Sigma k - \Sigma i. \Sigma k \alpha = p$$

$$\Sigma \alpha. \Sigma k^2 - \Sigma k \alpha. \Sigma k = p'$$

$$\Sigma i. \Sigma k^2 - \Sigma k. \Sigma k = q$$

setzt,

$$\varepsilon = h \frac{p}{q}, e = \frac{u}{\varepsilon} = \frac{h}{\varepsilon} \frac{p'}{q}$$

Es kann vielleicht zuweilen angemessen seyn nur durch diese Ausdrücke ε zu rechnen, und alsdenn für e das arithmetische Mittel aus folgenden Bestimmungen zu nehmen, die nichts weiter als die umgestellten Gleichungen (a) sind,

$$e = \frac{h}{\varepsilon} \alpha$$

$$e = \frac{h}{\varepsilon} \alpha' + k'$$

$$e = \frac{h}{\varepsilon} \alpha'' + k''$$

etc. etc.

welches Mittel nach den Grundsätzen der genannten Methode, ebenfalls der Ausdruck für den wahrscheinlichsten Werth von e ist, wenn man darin den eben gefundenen der Grösse ε anwendet; zuletzt hat man E aus e durch die Gleichung

$$E = e + \frac{1}{2} (B + A).$$

11.

Für die Collimation des Positionskreises haben wir nun folgende Bestimmungen

$$- \frac{1}{2} (\mu + \nu); - \frac{1}{2} (\mu' + \nu'); - \frac{1}{2} (\mu'' + \nu''); \text{ etc.}$$

aus welchen das Mittel genommen werden muss. Diese Collimation bekommt für irgend eine einfach gemessene Distanz für welche man C abgelesen hat, und D die Collimation der Schieber war, die Correction $\frac{1}{2} \alpha$, welche man durch die Formel

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \frac{2 E - (C + D)}{C - D} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon$$

findet. Hat man multiplicirt, so ist abwechselnd diese Verbesserung positiv und negativ, und in diesem Falle immer, wie auch

schon leicht aus der Figur hervorgeht, $= -\frac{1}{2} \varepsilon$, wenn man das Mittel aus allen gefundenen Positionswinkeln anwendet.

Die wahre einfach gemessene Distanz findet sich aus den Ablesungen, durch Betrachtung des Dreiecks $a b c$ unmittelbar

$$= (C-D) \sqrt{1 + \frac{4(E-C)(E-D) \sin^2 \frac{1}{2} \varepsilon}{(C-D)^2}}$$

hat man die Distanz doppelt gemessen, und C und C' abgelesen, so ist sie, wie man aus einer für diesen Fall beschriebenen Figur leicht abnehmen kann

$$= \frac{1}{2} (C' - C) \sec \beta$$

wenn man β aus folgender Formel rechnet

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2E - (C' + C)}{C' - C} \operatorname{tg} \varepsilon$$

man verfährt diesem analog bei weiter multiplicirten Distanzen.

12.

Es wird nicht undienlich seyn, das in dem Art. 10. Vorgetragene durch ein Beispiel zu erläutern. — Zu einer Zeit war bei dem hiesigen Heliometer eine Correction dieser Art nothwendig, ich suchte daher durch die hier vorgetragene Methode deren Elemente.

Die zu dem Zwecke angestellten Beobachtungen ergaben

μ	und	ν	für	A	und	B
359° 27,3		0° 18,8		5		35
30,0		19,5		15		45
29,8		19,3		25		55
30,8		15,5		35		65
30,3		17,5		45		75
32,0		14,3		55		85
34,0		13,5		65		95
34,0		10,0		75		105
35,8		10,8		85		115
37,0		6,5		95		125

jedes Resultat ist ein Mittel aus zwei Einstellungen. Wir erhalten hieraus

α	k	$-\frac{1}{2}(\mu + \nu)$
-51,5	0	+6,9
49,5	10	5,2
49,5	20	5,5
44,7	30	6,8
47,2	40	6,1
42,3	50	6,8
39,5	60	6,2
36,0	70	8,0
35,0	80	6,7
29,5	90	8,2

Ferner

$\Sigma k = 450$; $\Sigma \alpha = -424,7$; $\Sigma k^2 = 28500$; $\Sigma \alpha k = -17174$; $\Sigma 1 = 10$
und hieraus durch die Formeln des Art. 10.

$$p = -19375'$$

$$p' = -4375650'$$

$$q = 82500$$

und da $h = 15$

$$\varepsilon = -3,52 \text{ und } e = +226$$

also da $\frac{1}{2}(A+B) = 20$

$$E = +246.$$

Die Collimation des Positionskreises haben wir aus den obigen einzelnen Werthen

$$= +6,6$$

für einfach gemessene Distanzen mit Vorbehalt der gezeigten Correction, dieselbe ist für Multiplicationsbeobachtungen ohne fernere Verbesserung nöthig zu haben

$$= +6,6 + 1,8 = +8,4.$$

Wenn man durch Einstellungen auf einen Fixstern die Schieber möglichst parallel gemacht hat, so kann man sich des eben gegebenen Verfahrens mit Nutzen bedienen um zu untersuchen, wie genau man jenes bewerkstelligt hat. — Der Winkel ε lässt sich stets mit gleicher Sicherheit durch diese Methode finden,

nicht so E , diese Grösse bekommt man um so mehr ungenau, je kleiner e ist, aber umgekehrt braucht man sie auch nicht mit grosser Schärfe in solchem Falle zu kennen, und überhaupt wird man sie immer so genau finden, dass der nachherige Einfluss der übrig gebliebenen Unsicherheit den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler nicht übersteigt.

13.

Wir kommen jetzt zu den Berichtigungen, die die parallactische Aufstellung betreffen. Wenn man unter diesen den Parallelismus der Stundenachse mit der Weltachse, und den Stand der verticalen Achse in der Ebene des Meridians ausnimmt, so reducirt sich das Uebrige auf Beziehungen, welche zwischen den Theilen des Instruments unter sich, unabhängig von irgend einem ausserhalb liegenden Puncte, statt finden müssen, und ist als solches hier dargestellt worden. Man kann daher bei diesen Berichtigungen gänzlich von dem nachherigen Zwecke der Aufstellung, als der täglichen Bewegung der Sterne folgen zu müssen u. s. w. abstrahiren, und das Instrument so richten, wie es gerade bequem ist. Dieses hat besonders auf Sternwarten seinen Nutzen, welche, wie die hiesige, mit keiner beweglichen Kuppel versehen sind, wo man daher das Instrument von einem Fenster aus brauchen muss und also auf einen kleinen Theil des Horizonts beschränkt ist.

Man denke sich nun, während Objectiv und Ocular auf ihren Hauptpunct eingestellt sind, bei einer übrigens willkührlichen Stellung des Instruments die Stundenachse desselben unbestimmt verlängert, ausserhalb dieser sey irgend ein Punct auf den man das Fernrohr richte. Ist der Nonius des Declinationskreises richtig, so muss er den Bogen zwischen diesem Puncte und der genannten Achse angeben. Stellt man nachdem das Fernrohr auf die zweite Art auf denselben Punct ein, so muss der Kreis wieder denselben Bogen, oder vielmehr vermöge der statt findenden

Einrichtung, dessen Supplement zu 360° zeigen, auf jeden Fall hat aber das Fernrohr am Declinationskreise, durch den Pol hindurch, diesen Bogen doppelt durchlaufen, die Differenz der Summe der Ablesungen mit 360° ist daher die doppelte Collimation dieses Kreises.

14.

Man denke sich in der verlängerten Ebene des Stundenkreises einen unendlich weit entlegenen Punct; man richte das Fernrohr auf diesen und drehe es nachher durch die Stundenbewegung um 180° , steht nun die Absehenslinie, das ist die Achse des Fernrohrs, nicht auf der Declinationsachse senkrecht, so wird man, wie leicht einzusehen, es nicht durch die alleinige Declinationsbewegung auf den Punct zurückführen können, sondern man wird erst den Stundenkreis um das Doppelte dieses Fehlers verstellen müssen; es wirkt also ein Fehler der optischen Achse in entgegengesetztem Sinne auf diese beiden Einstellungen. Es ist von selbst klar, dass für einen ausserhalb dieser Ebene liegenden Punct dasselbe im Verhältnisse der *Secante* der Abweichung des Punctes von jener Ebene, oder was einerlei ist, im Verhältnisse der *Cosecante* der durch die Collimation berichtigten Angabe des Declinationskreises statt finden muss.

15.

Wenn man das Complement zu 90° , des Winkels den die Stundenachse mit der Declinationsachse macht i nennt, ferner den Winkelabstand eines weit entfernten Punctes von der Stundenachse π , so ist die wegen i an den Stundenwinkel anzubringende Correction $= i \cotang \pi$. Denken wir uns jetzt auf der Declinationsachse eine Ebene perpendicularär stehend, und legen wir eine zweite Ebene durch die Stundenachse so, dass die Durchschnittsline mit jener zu der Ebene des Stundenkreises parallel ist, so werden jene Ebenen mit einander den Winkel i machen. Man

bewege nun die Declinationsachse sammt seiner Ebene um 180° , wie dies der Fall zwischen den zwei Einstellungsarten auf einen Gegenstand ist, so werden die zwei Ebenen wieder um den Winkel i gegen einander geneigt seyn, doch mit dem Unterschiede, dass die zuerst genannte Ebene und also der Winkel i , jetzt auf der entgegengesetzten Seite der zweiten liegt; diese Correction des Stundenwinkels hat also auch für beide Einstellungsarten entgegengesetzte Zeichen.

Aber bei diesen beiden Einstellungsarten auf einen Punct giebt der Declinationskreis das eine Mal π , und das andere Mal $360^\circ - \pi$ an, wir ziehen demnach den Schluss, dass der Einfluss der beiden in diesem und im vorigen Art. verhandelten Berichtigungen, dem algebraischen Zeichen der zur Ablesung am Declinationskreise gehörenden *Cosecante* und *Cotangente* folgt. — Dass die aus diesen letzt genannten Ursachen entspringende Verbesserungen des Stundenwinkels resp. der *cosec* π und *cotg* π proportional sind, bedarf keines Beweises. Denn, abstrahirt man einen Augenblick von der Bewegung um die Stundenachse, so hat man ganz ein Passageninstrument vor sich, dessen Absehlenslinie nicht senkrecht auf der Rotationsachse steht, und wo diese wieder nicht mit der Ebene des Aequators, hier die Ebene des Stundenkreises, parallel ist. Es war aber nöthig zu zeigen, dass die Zeichen der Verbesserungen mit den analytischen Zeichen der zu den Angaben des Declinationskreises gehörenden trigonometrischen Linien in einfacher Beziehung stehen.

16.

Es werde nun für unsern Punct irgend ein passender terrestrischer Gegenstand, z. B. der Knopf eines Kirchthurms substituirt, auf diesen das Fernrohr, nachdem man Objectiv und Ocular auf den Hauptpunct geführt hat, auf beide mögliche Arten eingestellt, und beide Kreise abgelesen. Seyn P, P' resp. die Ablesungen am Declinationskreise, T, T' die am Stundenkreise, c, c'

beider Kreise Collimation; mögen ferner π und τ die Lage des Gegenstandes gegen die zufällige des Instruments so bestimmen, wie Polardistanz und Stundenwinkel es gegen den Pol und den Meridian thun, so geben die beiden Beobachtungen folgende Gleichungen:

$$o \cdot \operatorname{cosec} (P+c) + i \cotang (P+c) + T+c' = \tau$$

$$o \cdot \operatorname{cosec} (P'+c) + i \cotang (P'+c) + T'+c' = \tau$$

Aber es ist wie wir wissen, wenn

$$P+c = \pi$$

zugleich $P'+c = 360^\circ - \pi$

Hieraus $P+c = 180^\circ - \frac{1}{2}(P'-P)$

$$P'+c = 180^\circ + \frac{1}{2}(P'-P)$$

also wenn man T und c eliminirt

$$o \cdot \operatorname{cosec} \frac{1}{2}(P'-P) - i \cotang \frac{1}{2}(P'-P) = \frac{1}{2}(T'-T) \dots (a)$$

Man wähle jetzt einen zweiten Gegenstand, oder was diesem gleich kommt, man drehe das Instrument im Azimuthe um einen willkürlichen Bogen, und stelle denselben Gegenstand wieder auf beide Arten ein. Es sey für diese Beobachtungen P'', P''', T'', T''' , π', τ' dasselbe was diese Buchstaben für die vorhergehenden waren, so bekommen wir eben so

$$o \cdot \operatorname{cosec} \frac{1}{2}(P'''-P'') - i \cotang \frac{1}{2}(P'''-P'') = \frac{1}{2}(T'''-T'') \dots (b)$$

und für die Collimation des Declinationskreises haben wir die zweifache Bestimmung

$$2c = 360^\circ - (P'+P) = 360^\circ - (P''' + P'')$$

Wenn man wechselsweise aus den Gleichungen (a) und (b) o und i eliminirt, so ergibt sich

$$i = \frac{\frac{1}{2}(T'-T) \sin \frac{1}{2}(P'-P) - \frac{1}{2}(T'''-T'') \sin \frac{1}{2}(P'''-P'')}{\cos \frac{1}{2}(P'''-P'') - \cos \frac{1}{2}(P'-P)}$$

$$o = \frac{\frac{1}{2}(T'-T) \cos \frac{1}{2}(P'''-P'') \sin \frac{1}{2}(P'-P) - \frac{1}{2}(T'''-T'') \cos \frac{1}{2}(P'-P) \sin \frac{1}{2}(P'''-P'')}{\cos \frac{1}{2}(P'''-P'') - \cos \frac{1}{2}(P'-P)}$$

Wir sehen hieraus dass es am zweckmässigsten ist, π und π' so zu wählen dass sie 180° von einander verschieden sind. Die-

ses trifft im Horizonte für den Nordpunct und den Südpunct ein; man stelle daher das Instrument für das eine Paar Beobachtungen so, dass ungefähr eine durch die Stundenachse gelegte verticale Ebene auch durch den gewählten Gegenstand geht, und für das zweite Paar drehe man das Instrument im Azimuthe nahe um 180° ; der Gegenstand war hiedurch, in Beziehung auf die Theile des Instruments einmal nördlich und einmal südlich zu nennen.

In dem Falle wo man $\pi - \pi'$ in den Coefficienten von T, T', T'', T''' für 180° annehmen kann, welchen man immer durch Verstellung der Fufsschrauben zwischen der zweiten und dritten Beobachtung herbeiführen kann, erleiden unsere Ausdrücke für o und i beträchtliche Vereinfachung. Es ergibt sich nemlich daraus, wenn man die Ablesungen am Declinationskreise so bezeichnet dass

$$P + c = \pi$$

$$P' + c = 360^\circ - \pi$$

$$P'' + c = 180^\circ + \pi$$

$$P''' + c = 180^\circ - \pi$$

und diesem entsprechend die Ablesungen am Stundenkreise,

$$i = \frac{1}{4} \left((T' - T) + (T''' - T'') \right) \operatorname{tg} \pi$$

$$o = \frac{1}{4} \left((T' - T) - (T''' - T'') \right) \sin \pi$$

17.

Wir gehen jetzt zur Bestimmung der Collimation des Stundenkreises über. — Man denke sich zwei Gegenstände so liegend, dass die Angularabstände derselben von der verticalen Achse einander gleich sind, und dass die Gesichtslinien nach ihnen gegen die Ebene des Stundenkreises um gleiche Winkel geneigt sind. Für solche Gegenstände muss nothwendig das Instrument, wenn die zu Ende des Art. 4. genannte Bedingung erfüllt ist, gleiche Stundenwinkel, aber auf entgegengesetzten Seiten des Nullpuncts liegend angeben, oder vielmehr wenn der Stun-

denwinkel des einen t ist, so muss der des andern $24^h - t$ seyn; es lässt sich also durch solche zwei Gegenstände die Collimation des Stundenkreises finden.

Es ist indess überflüssig solche aufzusuchen, die man auch selten finden würde, denn nachdem man erst einen Gegenstand willkührlich angenommen und eingestellt hat, braucht man nur das Instrument um die verticale Achse zu bewegen, bis derselbe Gegenstand wieder die frühere Neigung zur Ebene des Stundenkreises hat, so vertritt er selbst die Stelle des verlangten zweiten; eine solche zweite Lage findet stets auf der entgegengesetzten Seite des Nullpuncts des Stundenkreises statt. Um sich der gleichen Neigung gegen den Stundenkreis in beiden Stellungen zu versichern, lässt man den Declinationskreis unverrückt stehen, und vollführt die Einstellung blofs durch Drehungen um die Stunden- und um die verticale Achse. Die Genauigkeit mit der man diese Einstellung machen kann ist gröfser, je mehr sich der Winkel zwischen den beiden Bewegungen einem rechten nähert, da nun dieser im Horizonte im Ost- oder Westpuncte sein Maximum hat, so wird man (in Beziehung auf die Theile des Instruments) dort den Gegenstand wählen müssen. Es ergeben sich daher für die Auffindung der Collimation des Stundenkreises folgende Vorschriften.

Man richte den Declinationskreis ungefähr auf 90° oder 270° , stelle irgend einen Gegenstand, etwa denselben den man für die Berichtigungen des vorigen Art. brauchte, ein, und lese den Stundenkreis ab; man stelle hierauf zum zweitenmale, nachdem man das Instrument im Azimuth um beiläufig 180° gedreht hat, denselben Gegenstand durch die Azimuthal- und Stundenbewegung, ohne den Declinationskreis zu ändern, wieder ein, und lese den Stundenkreis nochmals ab. Sey die eine Ablesung, wegen des Einflusses der o und i genannten Correctionen verbessert, t , die andere eben so t' so ist

$$2c' = 24^h - (t + t').$$

Die Genauigkeit der hier vorgeschriebenen Einstellungen, verhält sich zu der einer Einstellung durch Declinations- und Stundenbewegung eines Punctes welcher im Aequator liegt, wie der Cosinus der Polhöhe zu Eins, und ist also die nemliche als wenn man die Collimation durch Nivelliren der Declinationsachse gesucht hätte.

Die vier Klötze, welche ich, wie im Art. 1. gesagt wurde, statt der früheren zwei zur Feststellung im Azimuthe habe anbringen lassen, dienen, um von einem Fenster aus dem Instrumente die in diesem und im vorigen Art. verlangten Stellungen geben zu können, ohne dass ich nöthig habe das ganze Instrument zu verrücken, welches immer beschwerlich ist.

Um sich des nachherigen Standes der verticalen Achse in der Ebene des Meridians zu versichern, nivellire man sie durch Hülfe des von Ost und West gerichteten Niveau's, daraus ergiebt sich der Stand, den dieses in der Folge haben muss.

18.

Die letzte Correction, nemlich die Berichtigung des Standes der Stundenachse, kann durch Hülfe eines Gegenstandes geschehen, dessen Lage gegen den Weltpol und den Meridian des Beobachtungsortes bekannt ist. Fürs Erste misst man die Zenithdistanz des Gegenstandes den man anwenden will, entweder mit dem Heliometer selbst, nemlich durch den Declinationskreis in Verbindung mit dem von Südnach Nord gehenden Niveau, und indem man den Stundenkreis auf 0^h stellt, oder mit irgend einem andern dazu eingerichteten Instrumente, aus dieser Zenithdistanz rechnet man mit der bekannten Polhöhe des Ortes die Polardistanz die dem Gegenstande zukäme, wenn er im Meridian läge, stellt diese auf dem Declinationskreise ein während immer noch der Stundenkreis 0^h zeigt, und richtet vermittelst der Azimuthalbewegung und der Fufsschrauben ihn in das Fadenquadrat. Es ist deutlich, dass die Stundenachse jetzt gegen den Horizont des

Beobachtungsortes um einen Winkel geneigt ist, welcher der Polhöhe gleich ist, giebt man daher nun der Blase des von Süd nach Nord gehenden Niveau's einen bestimmten Stand und notirt sich diesen, so kann man die erforderliche Neigung der Stundenachse stets wieder finden.

19.

Man messe ferner noch das Azimuth des Gegenstandes, und rechne aus diesem und der Zenithdistanz dessen Stundenwinkel und Polardistanz, *) diese werden, nachdem man die Collimation der beiden Kreise so wie den Einfluss der Berichtigungen α und i davon abgezogen hat, auf dem Instrumente eingestellt, und dessen Fernrohr hierauf durch die Fufsschrauben die Azimuthalbewegung auf den Gegenstand gerichtet, wobei man zugleich für den eben bestimmten Stand der beiden Niveau's sorgt; ist das geschehen, so steht die Stundenachse mit der Weltachse parallel.

Man sieht leicht, dass dieser Stand durch Stundenwinkel, Polardistanz und beide Niveau's mehr als bestimmt ist; dies gewährt aber Vorthail. Einestheils kann man, wenn man die Veränderungen der terrestrischen Refraction fürchtet, diese unschädlich machen, indem man den Gegenstand bloß im Sinne des Azimuths einstellt, unbekümmert darum, ob der Punct den man

*) Um alles beisammen zu haben, füge ich die Formeln für diese Rechnung bei. Sey $90^\circ - h$ die Zenithdistanz, a das Azimuth, von Süd nach West durch den ganzen Horizont in einer Folge gezählt, t der Stundenwinkel eben so gezählt, p die Polardistanz, ε der Winkel zwischen dem Vertical- und Declinationskreise des Gegenstandes, von 0° bis 360° gezählt, endlich ϕ die Polhöhe des Orts, so ist

$$\sin \frac{1}{2}(\phi - h) \sin \frac{1}{2}a = \sin \frac{1}{2}(t - \varepsilon) \sin \frac{1}{2}p$$

$$\cos \frac{1}{2}(\phi + h) \cos \frac{1}{2}a = \cos \frac{1}{2}(t - \varepsilon) \sin \frac{1}{2}p$$

$$\cos \frac{1}{2}(\phi - h) \sin \frac{1}{2}a = \sin \frac{1}{2}(t + \varepsilon) \cos \frac{1}{2}p$$

$$\sin \frac{1}{2}(\phi + h) \cos \frac{1}{2}a = \cos \frac{1}{2}(t + \varepsilon) \cos \frac{1}{2}p$$

Es ist angemessen den Winkel ε gleich zu bestimmen, da wir ihn in der Folge werden brauchen können.

bestimmt hat das Fadenquadrat trifft oder nicht. Anderntheils hat man, wenn diese Veränderung nur unbedeutend seyn kann, eine Controlle der Berichtigungen. Der wesentlichste Vorzug dieser Einrichtung besteht aber darin, dass die Lage unsers Gegenstandes in Beziehung auf die Weltgegend hinsichtlich der sichern Erfüllung seines Zweckes, willkürlich ist. Hätte das Instrument etwa nur das von Ost nach West gerichtete Niveau, so ließe sich durch einen Gegenstand in der Nähe des Ost- oder Westpunctes die Inclination der Stundenachse gegen den Horizont nur unsicher bestimmen, wäre hingegen das andere Niveau nur da so könnte man, wenn man genöthigt wäre den Gegenstand in der Nähe des Meridians zu nehmen, bei der Einstellung des Azimuths der Stundenachse und der Collimation des Stundenkreises merklich fehlen. Mit beiden Niveau's versehen, kann man immer alles sicher berichtigen.*)

20.

Dem Vorhergehenden liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass die Entfernung des zur Auffindung der Berichtigungen angewandten Gegenstandes unendlich war. Da nun aber dieses nicht

*) Wenn man will, lässt sich die Berichtigung der Stundenachse auch ohne Beihülfe eines andern Instruments machen, wenn man nur vom Standpuncte des Heliometers aus nördliche Sterne sehen kann. Nachdem man das Heliometer nach Gutdünken hingestellt hat, lese man das von Süd nach Nord gerichtete Niveau ab, (das andere nehme ich nach dem Art. 17. berichtigt an), stelle den Gegenstand den man nachher als Zeichen brauchen will ein und lese beide Kreise ab. Durch die Beobachtung eines Sterns kann man die Lage der Stundenachse gegen den Weltpol rechnen, und aus diesem wieder die Correction des Niveaus und des abgelesenen Stundenwinkels und der Polardistanz des Gegenstandes. Hat man diese mit hinlänglicher Sicherheit gefunden, so kann man in der Folge durch den Gegenstand und beide Niveau's den Stand der Stundenachse immer berichtigen. Ich halte indess die im Texte gegebene Art für besser, auch kann man schon mit einem mittelmäßigen Messinstrumente Zenithdistanz und Azimuth mit aller hier nöthigen Genauigkeit finden.

statt findet, so erfordern, weil das Fernrohr auf dem Instrumente excentrisch ist, die obigen Ablesungen eine kleine Verbesserung.

Es sey der Gegenstand auf drei rechtwinkliche Coordinaten bezogen, welche ihren Anfang im Durchschnittspuncte der Stunden- und Declinationsachse haben. Es sollen die Achsen der x und y in der Ebene des Aequators liegen, und x nach der Richtung des Südpuncts positiv seyn; y eben so nach Westen, und z nach Norden. Man nenne ferner x', y', z' die Coordinaten des Gegenstandes jenen resp. parallel, aber ihren Anfangspunct in der Achse des Fernrohrs habend, dort wo diese von der Declinationsachse geschnitten wird; X, Y, Z die Coordinaten dieses Punctes der Achse des Fernrohrs, auf den Anfangspunct der Coordinaten x, y, z bezogen und ebenfalls diesen resp. parallel. Sey noch r die Entfernung der Achse des Fernrohrs von der Stundenachse, R die Entfernung des Gegenstandes von dieser, und ρ dessen Entfernung von jener, endlich t und p Stundenwinkel und Polardistanz des Gegenstandes von der Stundenachse, t' und p' dasselbe vom Fernrohr aus gesehen. Dann haben wir gleich

$$\begin{aligned} x &= R \sin p \cos t & x' &= \rho \sin p' \cos t' \\ y &= R \sin p \sin t & y' &= \rho \sin p' \sin t' \\ z &= R \cos p & z' &= \rho \cos p' \end{aligned}$$

und aus der Construction des Instruments, welche im Art. 1. beschrieben ist, folgt

$$\begin{aligned} X &= -r \sin t' \\ Y &= r \cos t' \\ Z &= 0. \end{aligned}$$

Es geben also die bekannten Gleichungen $x - X = x'$, $y - Y = y'$, $z - Z = z'$ durch die Substitution der obigen Werthe von x, X, x' etc.

$$\begin{aligned} R \sin p \cos t + r \sin t' &= \rho \sin p' \cos t' \\ R \sin p \sin t - r \cos t' &= \rho \sin p' \sin t' \\ R \cos p &= \rho \cos p' \end{aligned}$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit $-\sin t'$, die zweite mit $\cos t'$ und addirt, so bekommt man

$$\sin(t-t') = \frac{r}{R} \operatorname{cosec} p$$

Die erste multiplicirt mit $\cos t'$, und zur zweiten mit $\sin t'$ multiplicirt, addirt, giebt in Verbindung mit der dritten

$$\cos(t-t') \operatorname{tg} p = \operatorname{tg} p'$$

aus diesen beiden Gleichungen ziehen wir näherungsweise

$$t - t' = \frac{r}{R} \operatorname{cosec} p, \quad \pi - \pi' = 0.$$

Bei der Auffindung der Collimation des Stundenkreises kommt noch eine andere Parallaxe in Betracht, die daraus entsteht, dass der Durchschnittspunct der Stunden- und Declinationsachse nicht in der verticalen Achse liegt. Da aber die Entfernung so klein ist, so kann die Correction nie merklich werden.

21.

Bei dem so aufgestellten Instrumente haben wir noch, für den Fall dass die Correctionen o und i nicht Null wären, an die, nach der in Art. 7. gegebenen Methode gefundene Collimation des Positionskreises eine Verbesserung anzubringen. Die optische Achse oder o könnte man zwar gänzlich berichtigen, und dadurch der daher rührenden Correction überhoben seyn, allein i muss man doch so lassen, wie der Künstler es gemacht hat, desshalb, so wie aus andern leicht einzusehenden Gründen, wird es am besten seyn o nur nahe zu corrigiren, und das Uebrige in Rechnung zu bringen.

Es ist durch das Vorhergehende leicht die Stundenachse mit der Weltachse parallel zu machen, und dadurch jede hieraus entstehende Correction zu vermeiden, allein da es sich treffen könnte dass das Instrument sich verrückt, und man in diesem Zustande damit Beobachtungen angestellt hätte, so wird es nützlich seyn auch zu untersuchen, welcher Verbesserung die Collimation des Positionskreises in diesem Falle bedarf. Ich werde daher an-

nehmen, dass der Winkel zwischen der Stundenachse und der Weltachse μ sey, und dass eine Ebene durch diese beiden Achsen gelegt, mit der Ebene des zu 6^h gehörigen Declinationskreises den Winkel m , gegen die Richtung der täglichen Bewegung gezählt, mache, dass ferner zugleich die optische Achse und die Abweichung der beiden Hauptachsen von der Perpendicularität wie früher o und i seyn. Es ist klar, dass die zu suchende Correction der Winkel ist den, für einen Punct dessen wahrer Stundenwinkel und Polardistanz t und p sind, die Ebene des Declinationskreises mit der Ebene macht, in welche wir den Nullpunct des Positionskreises verlegt haben. Wenn i und o beide Null sind, so geht diese Ebene ausdrücklich durch die Stundenachse des Instruments, *) man bekommt daher den fraglichen Winkel, den wir ω' nennen wollen, unmittelbar durch Betrachtung des sphärischen Dreiecks, das durch die Gesichtslinie nach dem Puncte t, p , durch die Stundenachse und durch die Weltachse gebildet wird. In diesem Dreiecke können wir als bekannt annehmen, die Seite μ , die durch Collimation verbesserte Angabe des Declinationskreises p' und den Winkel am Weltpole $= 90^\circ - (t + m)$; wir haben also strenge

$$\sin \omega' = \frac{\sin \mu}{\sin p'} \cos (t + m)$$

wo sich überdies das analytische Zeichen von ω' aus denen von p', t und m von selbst ergibt, im zweiten oder dritten Quadranten kann ω' nur liegen wenn $\mu > p'$ ist.

Wenn i nicht Null ist, so wird die Ebene in welche der Nullpunct des Positionskreises gelegt wurde, nicht mehr durch die Stundenachse gehen sondern damit einen Winkel machen, welcher $= i$ ist; die Einwirkung von o wird dies noch modificiren.

*) Wir können nemlich hier die Excentricität des Fernrohrs außer Acht lassen, und uns alle Bewegungen des Instruments, als von einem Mittelpuncte ausgehend, denken.

22.

Betrachten wir die Art genauer, wie wir in Art. 7. die Collimation des Positionskreises suchten, so finden wir, dass wenn o nicht Null war, der Nullpunct des Positionskreises eigentlich durch zwei Punkte bestimmt wurde, welche der Ebene des kleinen, auf der Declinationsachse senkrecht stehenden Kreises der Sphäre angehören, welcher nahe um den Bogen o von dem ihm parallelen grössten Kreis absteht. Aber wir sehen vom Ocular aus die Linie in der sich die Achse des Objectivs verschiebt, als eine grade, wir werden daher den Positionswinkel zweier Sterne Null finden, wenn sie in dem grössten Kreise der Sphäre liegen, welcher durch die genannten Punkte geht. Dieser Kreis macht nun überhaupt mit der Declinationsachse einen Winkel, der nahe $90^\circ + o$ ist, und die Durchschnittslinie seiner Ebene mit einer auf der Declinationsachse senkrecht stehenden steht auf der Achse des Fernrohrs nahe senkrecht. Es hängt nur vom Beobachter ab, ihm strenge diese Lage zu geben, er muss zu dem Ende dafür sorgen, dass die Collimation aus Einstellungen der Schieber bestimmt werde, welche zu beiden Seiten gleichweit vom Hauptpuncte abstehen. Uebrigens, da der Weg den die Schieber durchlaufen können unbedeutend ist, und o stets klein seyn wird, so kann man immer jene Lage ohne Gefahr merklich zu fehlen, als wirklich statt findend annehmen.

23.

Die Correction welche unsere Collimation wegen dieser Ursachen, ausser der im Art. 21. entwickelten bekommt, und welche wir ω'' nennen wollen, ist, mit Bezug auf die Anmerkung des genannten Art., ausdrücklich der Winkel, den die oben beschriebene Ebene (a) mit derjenigen (b) macht, in welcher die Achse des Fernrohrs und die Stundenachse liegt; um ihn zu finden, müssen wir die Ebene (c) zu Hülfe ziehen, in welcher unser Nullpunct läge, wenn o Null wäre. Diese Ebene macht mit

der Stundenachse den Winkel i und steht auf der Declinationsachse senkrecht, es ist ferner stets diese die Ebene, in welcher das Instrument die Polardistanzen angiebt. Seyn in dieser die Achsen der ξ und ζ , der drei rechtwinklichen Coordinaten ξ , η und ζ angenommen, auf welche wir die Ebene a beziehen wollen; die positive Achse der ζ gehe durch den, durch die Collimation berichtigten Nullpunct des Declinationskreises, die der ξ durch 90° desselben, und die der η liege auf der Seite wo o positiv ist. Aus der beschriebenen Lage der Ebenen a , ergeben sich nun leicht die Coordinaten der Achse des Fernrohrs, wenn dieses auf einen Punct gerichtet ist, für welchen man (durch Coll. verb.) p'' am Declinationskreise abliest. Man findet für die Distanz $= 1$ diese

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \cos o \sin p'' \\ \eta' &= \sin o \\ \zeta' &= \cos o \cos p'' \end{aligned} \right\} \dots (a)$$

Dann sind ferner die Coordinaten der Durchschnittslinie der Ebenen a und c

$$\left. \begin{aligned} \xi'' &= -\cos p'' \\ \eta'' &= 0 \\ \zeta'' &= \sin p'' \end{aligned} \right\}$$

Durch diese 6 Coordinaten ist die Gleichung der Ebene a bestimmt, und findet sich auf die bekannte Weise

$$\xi \sin o \sin p'' - \eta \cos o + \zeta \sin o \cos p'' = 0 \dots (b)$$

Verwandeln wir nun das bisherige Coordinatensystem in ein anderes x, y, z ; nehmen wir für die Achse der z die Stundenachse, für die der x die frühere der ζ an, und legen die der y senkrecht auf jene beide, auf die Seite wo i und o positiv sind. Es erhellet aus diesem dass die Achse der ζ mit der der z einen Winkel i macht, wir haben daher zwischen den Coordinaten unserer beiden Systeme folgende Relationen:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x \\ \eta &= y \cos i - z \sin i \\ \zeta &= y \sin i + z \cos i \end{aligned} \right\} \dots (c)$$

Substituiren wir diese Werthe in (b), so verwandelt sich die Gleichung der Ebene a in

$$(d) \dots o = x \sin o \sin p'' - y (\cos o \cos i - \sin o \sin i \cos p'') + z (\sin i \cos o + \cos i \sin o \cos p'').$$

Die Ebene b geht wie angeführt wurde, durch die Stundenachse und durch die Achse des Fernrohrs, nennt man daher den Winkel zwischen diesen beiden Achsen p' , und den Winkel den diese Ebene mit der Ebene der x, z macht θ , so sind die Coordinaten des Fernrohrs in der Distanz $= 1$,

$$\begin{aligned} x' &= \sin p' \cos \theta \\ y' &= \sin p' \sin \theta \\ z' &= \cos p' \end{aligned}$$

und also, da unsere Ebene durch diesen Punct sowohl wie durch die Achse der z geht, ihre Gleichung

$$(e) \dots x \sin \theta - y \cos \theta = 0$$

Durch die Gleichungen (d) und (e) bekommen wir auf bekannte Art den Winkel zwischen den beiden Ebenen a und b unmittelbar

$$(f) \dots \cos \omega'' = \sin o \sin p'' \sin \theta + (\cos o \cos i - \sin o \sin i \cos p'') \cos \theta.$$

Aber mittelst der Gleichungen (c) verwandeln sich die Werthe von ξ', η', ζ' aus (a) in

$$\begin{aligned} x' &= \cos o \sin p'' \\ y' &= \sin o \cos i + \cos o \sin i \cos p'' \\ z' &= -\sin o \sin i + \cos o \cos i \cos p'' \end{aligned}$$

also in Verbindung mit den obigen Werthen von x', y', z'

$$\left. \begin{aligned} \sin p' \cos \theta &= \cos o \sin p'' \\ \sin p' \sin \theta &= \sin o \cos i + \cos o \sin i \cos p'' \\ \cos p' &= -\sin o \sin i + \cos o \cos i \cos p'' \end{aligned} \right\} \dots (g)$$

Substituiren wir die hiedurch gegebenen Werthe von $\cos \theta$ und $\sin \theta$ in (f) so ergibt sich gleich

$$\cos \omega'' = \frac{\cos i \sin p''}{\sin p'}$$

Da aber in den meisten Fällen ω'' klein ist, so müssen wir dessen Sinus suchen, diesen haben wir aus dem Cosinus

$$\sin \omega'' = \frac{\sqrt{\sin^2 p' - \cos^2 i \sin^2 p''}}{\sin p'}$$

Aber die letzte der Gleichungen (g) giebt

$$\sin^2 p' = 1 - \sin^2 o \sin^2 i - \cos^2 o \cos^2 i \cos^2 p'' + 2 \sin o \cos o \sin i \cos i \cos p''$$

oder nach einer leichten Umwandlung

$$\sin^2 p' = \cos^2 i \sin^2 p'' + \sin^2 i \cos^2 o + \cos^2 i \sin^2 o \cos^2 p'' + 2 \sin o \cos o \sin i \cos i \cos p''$$

Setzen wir nun

$$\sin o \cos p'' = r \sin o'$$

$$\cos o = r \cos o'$$

und substituiren diese letzten drei Gleichungen in $\sin \omega''$, so bekommen wir

$$\sin \omega'' = r \frac{\sin (i + o')}{\sin p'}$$

24.

Wir haben nun nach dem Vorhergehenden die wahre Collimation des Positionskreises, wenn sie überhaupt c'' gefunden wurde, in jedem speciellen Falle

$$= c'' + \omega' + \omega''.$$

Dieses Resultat ist strenge, oder es gilt mit andern Worten für jeden noch so grossen Werth der Bögen μ , o und i , da aber diese Bögen stets klein seyn werden, so können wir mit unsern Formeln einige Abkürzung vornehmen. Wir werden weiter unten sehen, dass eine kleine Grösse erster Ordnung im Positionswinkel, in die herzuleitende grade Aufsteigung und Polardistanz eines Sterns als eine solche zweiter Ordnung übergeht, und wie-

derum dass man überhaupt die Gröfsen dritter Ordnung vernachlässigen kann; wir können uns daher in der Collimation des Positionswinkels überhaupt mit Gröfsen erster Ordnung begnügen.

Sieht man μ , o und i als solche an, so erhalten wir $\omega' = \frac{\mu \cos(t+m)}{\sin p''}$

und $\omega'' = \frac{i + o \cos p''}{\sin p''}$, also die

Collimation $= c'' + \mu \cos(t+m) \operatorname{cosec} p'' + i \operatorname{cosec} p'' + o \cotg p''$.

In der Nähe des Pols kann die eben gegebene Regel eine Ausnahme erleiden, allein statt für diesen Fall die höheren Potenzen in ω' und ω'' zu entwickeln, ziehe ich vor, die strengen in den Art. 21 und 23 gegebenen Ausdrücke, welche sehr einfach sind anzuwenden. Ich bemerke dass der Bogen p' welcher in beiden vorkommt einer und derselbe, und zwar das von der Einwirkung der Gröfsen o und i befreite p'' ist, ohne auf μ Rücksicht zu nehmen. Diese beiden Bögen dürfen in diesem Falle nicht mit einander verwechselt werden, man kann aber ihre Differenz immer noch durch o und i in einer unendlichen Reihe ausdrücken, deren erste Glieder man am einfachsten durch Hülfe der dritten der Gleichungen (g) des vorigen Artikels findet, nemlich

$$p' = p'' - \frac{1}{2}(o^2 + i^2) \cotg p'' - o i \operatorname{cosec} p''.$$

25.

Es ist noch übrig zu zeigen, wie man durch die Niveau's und durch die Einstellung des Zeichens die mit μ und m bezeichneten Gröfsen findet.

Ist die Blase des von Ost nach West gerichteten Niveau's um den Bogen n ostwärts gegangen, und die des von Süd nach Nord gerichteten um n' nordwärts, hat man überdies nach der Einstellung des Zeichens dessen wahrer Stundenwinkel τ und dessen Polardistanz π ist, an den resp. Kreisen abgelesen τ' und π' , so ist allgemein der Bogen μ nicht Null und die Collimation des Stundenkreises nicht wie früher c' sondern $c' + \gamma$; unsere

unbekannten Gröſſen ſind alſo μ , γ und m , durch welche letzte die Lage des Bogens μ beſtimmt wird.

Es iſt zu bemerken, daſſ noch immer $\gamma = 0$ wäre, wenn ſich das Instrument in dem Sinne verändert hätte, daſſ die Ebene des zu 6^h und 18^h gehörenden Declinationskreiſes am Instrumente, ferner noch mit der homologen Ebene am Himmel zuſammen fiel. Sey in dieſer Hypotheſe der Winkel der Stundenachſe mit der Weltachſe μ' , jene weſtlicher angenommen, ſo giebt, wenn φ die Polhöhe bezeichnet, das rechtwinkliche Dreieck zwiſchen dem Pole, dem Zenith und dem Weſtpuncte des Instruments, deſſen Catheten $90^\circ - \varphi$, $90^\circ + \mu'$ und deſſen Hypothenuſe $90^\circ + n$ iſt, die zwiſchen μ' und n für den jetzigen Fall ſtatt findende Relation $n = \mu' \sin \varphi$.

Man nehme nun an, daſſ die ganze Aenderung des Instruments im Sinne einer Rotationsbewegung um die Stundenachſe vor ſich gegangen iſt, ſo haben wir das ſphäriſche Dreieck zwiſchen dem Zenith, dem Südpuncte des Aequators und dem Weſtpuncte des Instruments zu betrachten. Hier ſind die Catheten φ , $90^\circ + \gamma$ und die Hypothenuſe $90^\circ + n$; alſo iſt in dieſem Falle $\gamma = n \sec \varphi$. Wenn beide genannten Veränderungen auf einmal ſtatt finden, ſo folgt hieraus der Werth dieſer Gröſſe $(n - \mu' \sin \varphi) \sec \varphi$. Da aber eine Veränderung des Instruments im Sinne des Meridians keine Aenderung in der Collimation des Stundenkreiſes und in dem von Oſt und Weſt gehenden Niveau hervorbringt, und da allgemein $\mu' = \mu \cos m$, ſo haben wir in jedem Falle

$$\gamma = n \sec \varphi - \mu \cos m \tan \varphi.$$

In Bezug auf μ und m ſind, wie bekannt, für einen Punct deſſen Stundenwinkel und Polardistanz t und p ſind, die

$$\text{Corr. des abgl. Stundenw.} = \mu \cot g p \cos(t + m)$$

$$\text{Corr. der abgl. Polardistanz} = \mu \sin(t + m)$$

alſo haben wir durch Zuziehung der Ablesung unſeres Zeichens die Bedingungsgleichungen

$$\begin{aligned} \tau - (\tau' + c' + n \sec \varphi - \mu \cos m \operatorname{tg} \varphi + i \cotg \pi + o \operatorname{cosec} \pi) &= \mu \cotg \pi \cos (\tau + m) \\ \pi - (\pi' + c) &= \mu \sin (\tau + m) \end{aligned}$$

aber das von Nord nach Süd gehende Niveau giebt unmittelbar $n' = \mu \sin m$. Führen wir diese Gröfse in unsere Gleichungen ein, und setzen wir zur Abkürzung

$$\begin{aligned} \tau - (\tau' + c' + n \sec \varphi + i \cotg \pi + o \operatorname{cosec} \pi - n' \sin \tau \cotg \pi) &= g \\ \pi - (\pi' + c + n' \cos \tau) &= h \\ \mu \cos m &= u \end{aligned}$$

so haben wir um u zu bestimmen folgende zwei Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} u \cotg \pi \cos \tau - u \operatorname{tg} \varphi &= g \\ u \sin \tau &= h \end{aligned} \right\} (a)$$

Man kann aus diesen diejenige benutzen, welche grade für den speciellen Fall am passensten ist, man kann aber auch statt einer, eine schickliche Combination beider anwenden. Unter den mannigfaltigen Combinationen welche sich machen liefsen, verdient vorzüglich die folgende Berücksichtigung.

Man multiplicire die erste Gleichung mit $-\cos \varepsilon \sin \pi$ und die zweite mit $\sin \varepsilon$, wenn ε der Winkel zwischen dem Vertical und dem Declinationskreise des Gegenstandes ist, den man nach Art. 19. schon kennt, und wende die Summe zur Bestimmung von u an. Man wird nach einigen nahe liegenden Reductionen finden, dass wenn überdies

$$\begin{aligned} g \sin \pi &= l \sin \lambda \\ h &= l \cos \lambda \end{aligned}$$

gesetzt wird, sich aus dieser Summe ergibt

$$u = l \frac{\cos \varphi}{\sin z} \sin (\varepsilon - \lambda)$$

wenn z die Zenithdistanz des Gegenstandes ist. Man hat sodann μ und m aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} \mu \sin m &= n' \\ \mu \cos m &= u \end{aligned}$$

und kann also die Verbesserung der Collimation des Positions-

kreises nach den in den Artikeln 21. 23. und 24. gegebenen Vorschriften berechnen.

26.

Die angewandte Combination gewährt den Vortheil, dass es nicht mehr nothwendig ist, den Punct des Gegenstandes einzustellen, dessen Stundenwinkel und Polardistanz man kennt, sondern dass man dafür jeden andern welcher ihm nahe, in demselben Vertical liegt wählen kann, und also den Einfluss einer etwanigen Veränderung der Zenithdistanz eliminirt.

Um dies zu zeigen bemerke ich dass $d\tau \sin \pi = dz \sin \varepsilon$ und $d\pi = dz \cos \varepsilon$, wenn das Azimuth unveränderlich angenommen wird. Sehen wir nun g und h als aus zwei Theilen g', g'' und h', h'' zusammengesetzt an, wovon die letzten blofs der Veränderung der Zenithdistanz zuzuschreiben sind, so dass $g' \sin \pi + g'' \sin \pi = l \sin \lambda$ und $h' + h'' = l \cos \lambda$, und multipliciren diese Gleichungen resp. mit $-\cos \varepsilon$ und $\sin \varepsilon$ und addiren, so bekommen wir, mit Rücksicht auf die angeführten Werthe von g'' oder dz und h'' oder $d\pi$,

$-g' \sin \pi \cos \varepsilon + h' \sin \varepsilon = l \sin (\varepsilon - \lambda)$
ein Resultat das von der veränderten Zenithdistanz unabhängig ist.

Ueberdies ist wenn die Zenithdistanz unveränderlich gesetzt wird, $d\tau \sin \pi = da \cos \varepsilon$ und $d\pi = -da \sin \varepsilon$ hieraus, wenn wir in diesem Falle sind, bekommen wir

$$\operatorname{tg} \lambda = -\cotg \varepsilon, \text{ also } \lambda = 90^\circ + \varepsilon \text{ oder } = 270^\circ + \varepsilon,$$

und in unserm Ausdrücke für u verwandelt sich also $\sin (\varepsilon - \lambda)$ in ± 1 ; dieses, ein specieller Fall unserer Auflösung muss sich also demungeachtet als allgemeiner aus den Gleichungen (a) ableiten lassen. In der That finden wir, wenn wir die erste dieser mit $\sin \pi$ multipliciren, sie dann zum Quadrat erheben und dieses zum Quadrat der zweiten addiren,

$$u = \pm l \frac{\cos \varphi}{\sin z}.$$

27.

Wenn das Fernrohr eine Biegung hat, so wird man auf die dargelegte Art die Neigung der Stundenachse gegen den Horizont unrichtig, die übrigen Correctionen aber wie leicht zu sehen noch immer ohne Fehler bekommen. Die Biegung müsste aber sehr beträchtlich seyn, wenn die Unrichtigkeit welche sie verursacht, erheblichen Einfluss haben sollte, und würde sich schon durch gestörtes Gleichgewicht des Fernrohrs ohne weiteres verrathen. Nun giebt es bei dem Heliometer allerdings Stellungen, wo das Fernrohr bedeutend ausser Gleichgewicht ist, man kann diese aber bei der Berichtigung vermeiden, und also die Neigung der Stundenachse gegen den Horizont immer mit gnügender Sicherheit bestimmen. Die Störung des Gleichgewichtes findet bei gewissen Stellungen des Positionskreises statt, weil der Schwerpunkt der sich mit dem Objectiv drehenden Theile nicht in der Achse des Fernrohrs liegt; bei den Beobachtungen kann dieses wohl einen schädlichen Einfluss äußern, weil die Collimation des Positionskreises dadurch sich ändert. Eine Correction deshalb zu suchen würde sich ohne Weitläufigkeit nicht machen lassen, es schien mir daher vortheilhafter, die störende Ursache gänzlich zu entfernen. Durch zwei Gegengewichte, die ich, eins am Objectiv und das andere in der Nähe des Oculars, beide den Lenkstangen diametral gegenüber anbringen liefs, habe ich den Schwerpunkt der Bezug habenden Theile in die Achse des Fernrohrs versetzt, und dadurch bewirkt dass dieses immer äquilibrirt ist.

28.

Eine statt findende Excentricität der Theilungen des Stunden- und Declinationskreises, hat natürlich auf die Richtigkeit der Ablesungen Einfluss, weil die Kreise jeder nur einen Nonius haben. Man verfährt daher auf jeden Fall am sichersten, die Excentricität zu suchen, um ihren Einfluss wenn er allenfalls

merklich wäre in Rechnung bringen zu können. Ein leichtes Verfahren ist folgendes. Man lasse an der Alhidade eines jeden der beiden Kreise, dem Nonius diametral gegenüber einen Messingstreifen befestigen, an welchem am einen Ende ein Silberplättchen angelöthet ist, welches eben so wie der Nonius auf der Theilung anliegt. Auf dem Silberplättchen ziehe man mit einem scharfen Messer, oder mit einem sonst dazu dienlichen Instrumente, einen feinen Strich, stelle diesen als Index successive durch den ganzen Umkreis auf verschiedene Theilstriche ein und lese jedesmal den Nonius ab, so bekommt man zur Berechnung der in Rede stehenden Correction sichere und mehr als hinreichende Data.

Bekanntermaassen ist die Correction eine Ablesung wegen der Excentricität, wenn diese klein ist, $\varepsilon \sin(a + e)$, wenn a die Ablesung, und ε und e zwei von der gegenseitigen Lage der Mittelpunkte der Theilung und der Alhidade abhängige Constanten sind. Sey nun der Bogen zwischen dem Index und dem Nonius vom Mittelpunkte der Alhidade gerechnet $180^\circ + u$, die Einstellung am Index a , diese nachdem sie berichtigt ist a' und die Ablesung am Nonius b , so ist

$$a' = a + \varepsilon \sin(a + e)$$

$$a' + u + 180^\circ = b + \varepsilon \sin(a' + u + 180^\circ + e)$$

und hieraus wenn u klein ist

$$u + 180^\circ = b - a - 2 \varepsilon \sin(a + e)$$

oder wenn man

$$\varepsilon \sin e = h$$

$$\varepsilon \cos e = k$$

setzt,

$$b - a - 180^\circ = u + 2 \cos a \cdot h + 2 \sin a \cdot k.$$

Jede Einstellung mit der damit verbundenen Ablesung giebt eine ähnliche Gleichung, und man wird die Methode der kleinsten Quadrate anwenden müssen, um die unbekannten Grössen u , h und k daraus zu bestimmen. Um sich diese Rechnung zu

erleichtern, kann man gleich das Mittel aus dem größten und dem kleinsten der Größen der linken Seite dieser Gleichungen für einen genäherten Werth von u annehmen und diesen vor Anfang der Rechnung substituiren. Die Auflösung aller dieser Gleichungen wird aber besonders einfach, wenn man bei den Einstellungen stets um ein gleiches Increment fortschreitet und für dieses einen Theiler von 180° wählt. Es sind nemlich in diesem Falle, wenn man übrigens die Operationen durch den ganzen Umkreis fortführt, die Summen der Producte der Coefficienten von zweien zu zweien alle $= 0$. Man wird also unmittelbar auf drei Endgleichungen geführt, die jede nur eine der unbekannten Größen enthalten. Der Coefficient der unbekannten GröÙe in jeder dieser Gleichungen, welcher zugleich das Gewicht der Bestimmung ausdrückt, ist auch besonders leicht zu finden, denn wenn man 180° mit π bezeichnet, und n irgend einen Theiler von π bedeuten lässt, so ist

$$\sin 0 \frac{\pi}{n} + \sin 1 \frac{\pi}{n} + \sin 2 \frac{\pi}{n} + \dots + \sin (n-1) \frac{\pi}{n} =$$

$$\cos 0 \frac{\pi}{n} + \cos 1 \frac{\pi}{n} + \cos 2 \frac{\pi}{n} + \dots + \cos (n-1) \frac{\pi}{n} = \frac{1}{2} n$$

also der Coefficient von h und zugleich der von k jeder $= 4n$. Die GröÙe u braucht man eigentlich nicht weiter, und es ist daher nicht nöthig sie zu berechnen.

Es verdient bemerkt zu werden, dass man durch die im Laufe dieser Schrift gegebenen Methoden, die optische Achse, die Collimation des Stundenkreises, die des Declinationskreises und die Neigung der Stundenachse gegen den Horizont unabhängig von der Excentricität der Theilungen findet. Die beiden ersten Berichtigungen unmittelbar durch die gegebenen Formeln, die dritte wenn man das Mittel aus den beiden Bestimmungen dafür anwendet, die vierte wenn man bei der Berichtigung des von Süd nach Nord gehenden Niveau's nach Art. 18. den Gegenstand einmal als südlich und einmal als nördlich ansieht, und das Ni-

veau nach dem Mittel aus beiden Resultaten verbessert. Ebenfalls schafft man den Einfluss der Excentricität des Stundenkreises fort, und bringt zugleich mehrere der Correctionen des Stundenwinkels aus der Rechnung, wenn man bei der Untersuchung des Standes des Instruments durch Einstellung des Zeichens, diese auf beide mögliche Arten vornimmt, und dann das Mittel aus diesen nimmt. Auf die Bestimmung des Winkels zwischen der Stunden- und Declinationsachse hat die Excentricität des Stundenkreises Einfluss.

29.

Zum Schlusse dieses Abschnittes will ich noch die Verbesserungen deren allgemein eine Ablesung an den beiden Kreisen bedarf, um in den wahren Stundenwinkel und die wahre Polardistanz verwandelt zu werden, zusammen stellen. Sey t die Ablesung am Stundenkreise (von 0° bis 360° gerechnet), p die Ablesung am Declinationskreise, t' der wahre Stundenwinkel und p' die wahre Polardistanz, so ist nach dem Vorhergehenden

$$t' = t + \varepsilon \sin(e + t) + c' + \gamma + i \cotg p + o \operatorname{cosec} p + \mu \cotg p \cos(m + t)$$

$$p' = p + \varepsilon' \sin(e' + p) + c + \mu \sin(m + t).$$

Zweiter Abschnitt.

Reduction der mit dem Heliometer angestellten Beobachtungen.

30.

Haben wir nun das Instrument gehörig aufgestellt, und können wir die kleinen Aenderungen welche diese Aufstellung erleiden möchte in Rechnung tragen, so müssen wir auch in Erfahrung bringen, wie die Reduction der Beobachtungen geführt werden muss um merklichen Fehlern zu entgehen. Wir haben sogleich für die Unterschiede der graden Aufsteigung und Polardistanz zweier Sterne die genäherten Ausdrücke $\Delta \sin e \sin p$ und $\Delta \cos e$, wenn Δ die gefundene Distanz und e der Positionswinkel ist, aber es zeigt sich dass diese in manchen Fällen merklich und selbst beträchtlich von der Wahrheit abweichen können. Genauere Ausdrücke werden die Quadrate und höheren Potenzen von Δ involviren, und es wird darin, wie leicht zu sehen, die verschiedenartige Stellung, welche das Ocular und das Objectiv einnehmen kann, in Betracht kommen; obgleich wir dieses immer nur bis zu einem gewissen Grade oder näherungsweise zu kennen nöthig haben, so gehen wir doch stets den sichersten Weg, wenn wir die Aufgabe strenge lösen, aus dieser Auflösung können wir dann nach Beschaffenheit der Umstände eine Näherung ableiten, und gerathen überdies nicht in Gefahr merkliche Glieder wegzulassen. Fürs Erste nehme ich an dass es keine Strahlenbrechung giebt, und dass also das Instrument wirklich der scheinbaren Bewegung der Sterne folgt, ferner dass der Lichtstrahl, der das Objectiv in dessen Achse trifft, ungebrochen durchgeht, die Abweichungen welche hievon statt finden, werde ich nachher zu berücksichtigen lehren.

Es sey die Ablesung welche für den Hauptpunct gilt H , in allen drei Scalen als sich gleich angenommen, der eine Objectivschieber zeige, während das von demselben verursachte Bild eines Sterns in das Fadenquadrat gebracht ist S' , die berichtigte Ablesung des Positionskreises am Objectiv sey e' , zu gleicher Zeit stehe der Schieber des Oculars auf S , dessen Positionskreis auf e . Man nenne ferner die Entfernung der Hauptpuncte von den Mittelpuncten der Positionskreise δ , und für diese Stellung des Instruments die berichtigten Ablesungen am Stunden- und Declinationskreise t und p ; es ist klar dass diese denjenigen Punct des Himmels bezeichnen, auf welchen die verlängerte Achse des Fernrohrs trifft.

Wir wollen jetzt die Puncte S' und S auf drei rechtwinkliche Coordinaten beziehen, deren Achsen in der Achse des Fernrohrs und in der Ebene des Fadennetzes zusammentreffen. Die ξ und η sollen in der letzt genannten Ebene liegen, und die positiven ξ im Meridiane nach Süden, wenn das Fernrohr auf das Zenith gerichtet ist und zugleich der Declinationskreis im ersten Quadranten zeigt; die positiven η in eben der Stellung nach Osten, die ζ nach oben, also mit andern Worten die Achse der ξ nach 0° , die der η nach 90° des Positionskreises gerichtet seyn. Setzen wir nun $S' - H = d'$, $S - H = d$, die Brennweite des Objectivs in Einheiten der Scalen ausgedrückt l , und nehmen δ positiv wenn der Hauptpunct nach der Seite der positiven η liegt während der Positionskreis im ersten oder vierten Quadranten angiebt, so haben wir die Coordinaten des Punctes S' , rsp. $d' \cos e' - \delta \sin e'$, $d' \sin e' + \delta \cos e'$, l und die des Punctes S , rsp. $d \cos e - \delta \sin e$, $d \sin e + \delta \cos e$, 0 . Da wir aber nur mit cölestischen Gegenständen, oder mit solchen zu thun haben, deren Entfernung vom Brennpuncte des Fernrohrs in Beziehung auf d unendlich ist, so können wir alle drei Coordinaten des

Punctes S gleich Null annehmen, und mithin die des Punctes S'

$$\xi = d' \cos e' - d \cos e - \delta (\sin e' - \sin e)$$

$$\eta = d' \sin e' - d \sin e + \delta (\cos e' - \cos e)$$

$$\xi = l$$

Wir wollen diese mit dem Fernrohre bewegliche Coordinaten in andere feste x, y, z umwandeln, welche von demselben Anfangspuncte ausgehend, so liegen sollen, dass die Achse der x im Aequator nach dessen Südpunct, die der y ebenfalls im Aequator nach Westen, z aber in der Richtung der Weltachse nach Norden positiv ist. Führen wir zu dem Ende zuvörderst statt der Coordinaten ξ, η, ζ ein Hülffssystem, ξ', η', ζ' ein, von welchem ξ' und ζ' in der Ebene der ξ, ζ liegen, und ξ' mit ζ den Winkel $360^\circ - p$ macht. Die Relationen welche zwischen diesen zwei Systemen statt finden, werden seyn

$$\xi = \xi' \cos p - \zeta' \sin p$$

$$\eta = \eta'$$

$$\zeta = \xi' \sin p + \zeta' \cos p$$

Man sieht dass die Achsen der ξ' und η' schon in der Ebene des Aequators, also mit x und y in einer und derselben Ebene liegen, denken wir uns daher das Fernrohr, welches wir bei der eben ausgeführten Transformation am einfachsten im Meridian auf die Polardistanz p gerichtet uns vorstellten, jetzt ausserhalb dieses auf den Stundenwinkel t zeigend, so finden wir leicht, dass wir die Achse der ξ' um $270^\circ + t$ vorwärts bewegen müssen um sie in die der y umzuwandeln. Wir haben daher

$$\xi' = x \cos t + y \sin t$$

$$\eta' = x \sin t - y \cos t$$

$$\zeta' = z$$

Setzen wir diese Werthe von ξ', η', ζ' in die vorigen Gleichungen so ergiebt sich

$$\xi = x \cos p \cos t + y \cos p \sin t - z \sin p$$

$$\eta = x \sin t - y \cos t$$

$$\zeta = x \sin p \cos t + y \sin p \sin t + z \cos p$$

Die erste dieser Gleichungen mit $\cos p$ multiplicirt, und zur dritten mit $\sin p$ multiplicirt, addirt giebt

$$\xi \cos p + \zeta \sin p = x \cos t + y \sin t$$

und aus diesen vier bekommt man die Werthe von x und y , wenn man die zweite und vierte resp. erst mit $\sin t$ und $\cos t$, dann mit $-\cos t$ und $\sin t$ multiplicirt und die Producte jedesmal addirt. z ergiebt sich durch Addition der ersten und dritten vorher resp. mit $-\sin p$ und $\cos p$ multiplicirten Gleichung. Die so entstehenden Gleichungen sind, nach der Substitution der vorher gegebenen Werthe von ξ, η, ζ

$$x = l \sin p \cos t + (d' \cos e' - d \cos e) \cos p \cos t + (d' \sin e' - d \sin e) \sin t \\ - \delta (\sin e' - \sin e) \cos p \cos t + \delta (\cos e' - \cos e) \sin t$$

$$y = l \sin p \sin t + (d' \cos e' - d \cos e) \cos p \sin t - (d' \sin e' - d \sin e) \cos t \\ - \delta (\sin e' - \sin e) \cos p \sin t - \delta (\cos e' - \cos e) \cos t$$

$$z = l \cos p - (d' \cos e' - d \cos e) \sin p \\ - \delta (\sin e' - \sin e) \sin p.$$

32.

Die vorstehenden Gleichungen geben uns erstlich das Quadrat der Entfernung (r) des Punctes S' vom Anfangspuncte der Coordinaten

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = l^2 + (d' \cos e' - d \cos e)^2 + (d' \sin e' - d \sin e)^2 \\ + 4 \delta^2 \sin^2 \frac{1}{2} (e' - e).$$

Aber wenn x', y', z' die Cosinusse der Winkel sind welche unsere Linie mit den Achsen der Coordinaten machen, so ist bekanntlich

$$x' = \frac{x}{r}, y' = \frac{y}{r}, z' = \frac{z}{r}$$

Andernteils aber sind dieselben Cosinusse, oder mit andern Worten die Coordinaten für die Entfernung $= 1$ von dem Anfangspuncte

$$x' = \sin p' \cos t'$$

$$y' = \sin p' \sin t'$$

$$z' = \cos p'$$

wenn p' und t' die Polardistanz und der Stundenwinkel unseres Sterns sind. Also wenn man diese doppelten Werthe von x', y', z' einander gleich setzt, in die ersten die gegebenen Werthe der vorkommenden Gröfsen substituirt, und überdies

$$\frac{d'}{l} = \Delta' \frac{d}{l} = \Delta \text{ und } \frac{\delta}{l} = \varrho \text{ setzt,}$$

$$\sin p' \cos t' = \frac{\sin p \cos t + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p \cos t + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e) \sin t}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$- \frac{\varrho (\sin e' - \sin e) \cos p \cos t - \varrho (\cos e' - \cos e) \sin t}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$\sin p' \sin t' = \frac{\sin p \sin t + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p \sin t - (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e) \cos t}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$- \frac{\varrho (\sin e' - \sin e) \cos p \sin t + \varrho (\cos e' - \cos e) \cos t}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$\cos p' = \frac{\cos p - (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + \varrho (\sin e' - \sin e) \sin p}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

Es sey ausser dem genannten Stern, zugleich das durch die andere Objectivhälfte gemachte Bild eines zweiten in dem Fadenquadrat, mit jenem zur Deckung gebracht, so ist klar dass wir für diesen ähnliche Gleichungen wie die obigen haben, in denen $S, d, \Delta, \delta, \rho, e, p, t$ und e' die nemlichen sind, S', d', Δ', p', t' aber in andere analoge Gröfsen übergehen, die ich $S'', d'', \Delta'', p'', t''$ nennen will. Wir haben demnach für den zweiten Stern

$$\sin p'' \cos t'' = \frac{\sin p \cos t + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p \cos t + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e) \sin t}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$- \frac{\varrho (\sin e' - \sin e) \cos p \cos t - \varrho (\cos e' - \cos e) \sin t}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$\sin p'' \sin t'' = \frac{\sin p \sin t + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p \sin t - (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e) \cos t}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4 \rho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$= \frac{\rho (\sin e' - \sin e) \cos p \sin t + \rho (\cos e' - \cos e) \cos t}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4 \rho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$\cos p'' = \frac{\cos p - (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + \rho (\sin e' - \sin e) \sin p}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 + 4 \rho^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

Diese 6 Gleichungen, welche beiläufig bemerkt nur 4 unter sich wesentlich verschiedenen gleich kommen, enthalten die vollständige und strenge Auflösung unserer Aufgabe. Die ersten drei geben t' und p' und die letzten t'' und p'' , und somit $p'' - p'$ und $\alpha'' - \alpha'$, wenn α' und α'' die graden Aufsteigungen der beiden Sterne sind, da $t' - t'' = \alpha'' - \alpha'$. Das Instrument giebt freilich t , p Δ und e nicht so genau als Δ' , Δ'' und e' , man wird daher p' , α' , p'' , α'' nicht mit grosser Genauigkeit finden können, aber da die beiden Sterne einander stets nahe liegen so werden sie einen nemlichen Fehler haben und also ihre Differenz dennoch scharf gefunden werden können.

33.

Da man fast immer mit einer genäherten Auflösung ausreicht, so wollen wir jetzt aus unsern Gleichungen $p'' - p'$ und $\alpha'' - \alpha'$ näherungsweise entwickeln. Vor allen Dingen gehört hieher die Bemerkung, dass wir $\rho = 0$ setzen können, denn aus der Art wie das Instrument gebaut ist lässt sich schliessen, dass diese Grösse immer sehr klein seyn wird, welches auch bei dem hiesigen Heliometer wirklich zutrifft, hiezu kommt noch dass im Endresultat, wie leicht zu sehen ist, nur das Quadrat und das Product derselben mit Δ'' , Δ' und Δ ausser den Gliedern höherer Dimension, vorkommen kann. Setzen wir also $\rho = 0$, und entwickeln wir die Werthe von $p'' - p'$ und $\alpha'' - \alpha'$ nach den Potenzen und Producten von Δ'' , Δ' und Δ .

Aus der letzten Gleichung bekommen wir, wenn wir den Nenner in eine unendliche Reihe auflösen und bei den Gliedern zweier Dimensionen, die einzigen die, wie die Erfahrung zeigt überhaupt erheblich sind, stehen bleiben,

$$\cos p - \cos p'' = (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + \frac{1}{2} (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 \cos p \\ + \frac{1}{2} (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2 \cos p$$

aber wenn man aus einer Gleichung von der Form $\cos u - \cos u' = a$, $u' - u$ zu entwickeln hat, so ergibt sich durch irgend eine der bekannten Methoden

$$u' - u = \frac{a}{\sin u} - \frac{1}{2} a^2 \frac{\cos u}{\sin^3 u} + \frac{1}{6} a^3 \left(\frac{1}{\sin^3 u} + 3 \frac{\cos^2 u}{\sin^5 u} \right) - \text{etc.}$$

also

$$p'' - p = \Delta'' \cos e' - \Delta \cos e + \frac{1}{2} \cot g p (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2$$

die dritte unserer Gleichungen giebt eben so

$$p' - p = \Delta' \cos e' - \Delta \cos e + \frac{1}{2} \cot g p (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2$$

und durch Subtraction dieser beiden findet sich

$$p'' - p' = (\Delta'' - \Delta') \cos e' + \frac{1}{2} \cot g p [(\Delta'' + \Delta') \sin e' - 2 \Delta \sin e] (\Delta'' - \Delta') \sin e' \dots (a)$$

Um $\alpha'' - \alpha'$ zu bekommen, multiplicire man die vierte Gleichung mit $\sin t$ und die fünfte mit $-\cos t$, die Summe dieser giebt alsdann

$$\sin(t - t'') \sin p'' = \frac{\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e}{\sqrt{1 + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2}} \dots (b)$$

und aus der ersten und zweiten haben wir auf die nemliche Art

$$\sin(t - t') \sin p' = \frac{\Delta' \sin e' - \Delta \sin e}{\sqrt{1 + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e)^2 + (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e)^2}} \dots (c)$$

hieraus bis auf Gröſsen zweiter Ordnung incl., wenn man überdies für $t - t''$ und $t - t'$ ihre Werthe $\alpha'' - \alpha$ und $\alpha' - \alpha$ setzt

$$(\alpha'' - \alpha) \sin p'' = \Delta'' \sin e' - \Delta \sin e$$

$$(\alpha' - \alpha) \sin p' = \Delta' \sin e' - \Delta \sin e$$

Aber es ist identisch

$$p'' = \frac{1}{2}(p'' + p') + \frac{1}{2}(p'' - p')$$

$$p' = \frac{1}{2}(p'' + p') - \frac{1}{2}(p'' - p')$$

also wenn man diese Werthe substituirt, und stets bei den Gröfsen zweiter Ordnung stehen bleibt

$$(\alpha'' - \alpha) \sin \frac{1}{2}(p'' + p') = (\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e) [1 - \frac{1}{2} \cot g p. (p'' - p')]]$$

$$(\alpha' - \alpha) \sin \frac{1}{2}(p'' + p') = (\Delta' \sin e' - \Delta \sin e) [1 + \frac{1}{2} \cot g p. (p'' - p')]]$$

aus diesen ergibt sich durch Subtraction, und wenn man für $p'' - p'$ seinen Werth aus (a) setzt,

$$(\alpha'' - \alpha') \sin \frac{1}{2}(p'' + p') = (\Delta'' - \Delta') \sin e' - \frac{1}{2} \cot g p. [(\Delta'' + \Delta') \sin e' - 2 \Delta \sin e] (\Delta'' - \Delta') \cos e' \dots (d)$$

Man sieht auf den ersten Blick dass sich die beiden Ausdrücke (a) und (d) auf eine für die Rechnung etwas bequemere Form bringen lassen. Setzt man nemlich

$$\left. \begin{aligned} p'' - p' &= (\Delta'' - \Delta') \cos (e' + u) \\ \alpha'' - \alpha' &= (\Delta'' - \Delta') \sin (e' + u) \operatorname{cosec} \frac{1}{2}(p'' + p') \end{aligned} \right\} \dots (e)$$

und vergleicht diese Ausdrücke mit (a) und (d) so ergibt sich für beide

$$u = -\frac{1}{2} \cot g p. [(\Delta'' + \Delta') \sin e' - 2 \Delta \sin e'] \dots (f)$$

Mit diesen Formeln, (e) und (f), reicht man fast in allen Fällen aus. Die einzige Ausnahme wäre in der Nähe des Pols, statt aber für diesen Fall die Glieder der dritten und höhern Ordnungen zu entwickeln, würde ich vorziehen die strengen Formeln anzuwenden, welche sich noch nach Maafsgabe der Umstände etwas modificiren lassen.

34.

Es wird wohl nicht überflüssig seyn, hier einige der vornehmlichsten Transformationen anzuführen, welche sich mit den 6 Fundamentalgleichungen des Art. 32 machen lassen, ohne die geometrische Strenge zu verletzen.

Statt der Gleichungen (b) und (c) worin nur ρ vernachlässigt ist, haben wir sogleich, wenn wir überdies den Nenner auf seine einfachste Form bringen

$$\sin(\alpha'' - \alpha) \sin p'' = \frac{\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e + q(\cos e' - \cos e)}{\sqrt{1 + (\Delta'' - \Delta)^2 + 4\Delta''\Delta \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e) + 4q^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

und

$$\sin(\alpha' - \alpha) \sin p' = \frac{\Delta' \sin e' - \Delta \sin e + q(\cos e' - \cos e)}{\sqrt{1 + (\Delta' - \Delta)^2 + 4\Delta'\Delta \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e) + 4q^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

multipliciren wir die vierte Fundamentalgleichung mit $\cos t$, die fünfte mit $\sin t$ und addiren, und behandeln die erste und zweite eben so, so finden wir

$$\cos(\alpha'' - \alpha) \sin p'' = \frac{\sin p + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p - q(\sin e' - \sin e) \cos p}{\sqrt{1 + (\Delta'' - \Delta)^2 + 4\Delta''\Delta \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e) + 4q^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

$$\cos(\alpha' - \alpha) \sin p' = \frac{\sin p + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p - q(\sin e' - \sin e) \cos p}{\sqrt{1 + (\Delta' - \Delta)^2 + 4\Delta'\Delta \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e) + 4q^2 \sin^2 \frac{1}{2}(e' - e)}}$$

dividiren wir die erste und dritte Gleichung dieses Artikels mit der letzten unserer Fundamentalgleichungen, und die zweite und vierte jener mit der dritten dieser, so erhalten wir

$$\sin(\alpha'' - \alpha) \operatorname{tg} p'' = \frac{\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e + q(\cos e' - \cos e)}{\cos p - (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + q(\sin e' - \sin e) \sin p}$$

$$\cos(\alpha'' - \alpha) \operatorname{tg} p'' = \frac{\sin p + (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p - q(\sin e' - \sin e) \cos p}{\cos p - (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + q(\sin e' - \sin e) \sin p}$$

und

$$\sin(\alpha' - \alpha) \operatorname{tg} p' = \frac{\Delta' \sin e' - \Delta \sin e + q(\cos e' - \cos e)}{\cos p - (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + q(\sin e' - \sin e) \sin p}$$

$$\cos(\alpha' - \alpha) \operatorname{tg} p' = \frac{\sin p + (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \cos p - q(\sin e' - \sin e) \cos p}{\cos p - (\Delta' \cos e' - \Delta \cos e) \sin p + q(\sin e' - \sin e) \sin p}$$

Man könnte noch manche andere mehr oder minder zusammengesetzte Gleichungen ableiten, allein wir wollen es bei diesen bewenden lassen. — Es ist ohne weiteres sichtbar, welche Vereinfachung die angeführten erleiden, wenn $e' = e$, oder $\Delta'' - \Delta = -(\Delta' - \Delta)$ oder wenn beides statt findet.

Wir gehen jetzt zur Berücksichtigung des Einflusses über, den die Refraction auf die Resultate äußert. Offenbar kommt es hierbei nur auf die Differenz dieser für die Oerter der beiden Sterne an, denn die Messungen geben die Distanz und den Positionswinkel so wie diese auf der durch die Refraction verschobenen Sphäre statt finden, die daraus abgeleiteten Differenzen in grader Aufsteigung und Polardistanz sind also ebenfalls die scheinbaren oder von der Refraction afficirten. In so ferne diese Differenzen so wie die Refraction selbst nur klein sind, kann man sich mit der Differentiation der Ausdrücke für die Refraction begnügen.

Sey ausser den bisher angewandten Bezeichnungen r eine von der Zenithdistanz abhängige Gröfse, die sogenannte Constante der Refraction, und θ durch folgende Gleichung bestimmt

$$\operatorname{tg} \theta = \cos t \cotg \varphi$$

so ist, wie bekannt die

$$\text{Refr. in gr. Aufst.} = -r \frac{\sin \theta \operatorname{tg} t}{\sin p \cos(p-\theta)}$$

$$\text{Refr. in Polardistanz} = r \operatorname{tg}(p-\theta)$$

wenn man von den scheinbaren zu den wahren Oertern übergeht. Die Differentiation dieser giebt

$$+r \left(\frac{\sin \theta}{\sin p \cos(p-\theta)} + \frac{\operatorname{tg}^2 t \sin^2 \theta}{\cos^2(p-\theta)} \right) (\alpha'' - \alpha') + r \frac{\sin \theta \cos(2p-\theta) \operatorname{tg} t}{\sin^2 p \cos^2(p-\theta)} (p'' - p')$$

und

$$+r \frac{\sin \theta \cos \theta \operatorname{tg} t}{\cos^2(p-\theta)} (\alpha'' - \alpha') + \frac{r}{\cos^2(p-\theta)} (p'' - p')$$

für die Verbesserungen von $\alpha'' - \alpha'$ und $p'' - p'$, und es ist überdies zu bemerken, dass man in der zweiten der Gleichungen (e), in dem Factor $\operatorname{cosec} \frac{1}{2}(p'' + p')$ die von der Refraction afficirten Polardistanzen anwenden muss. Man kann jedoch dieses umgehen, indem man den Einfluss des Increments dieses Factors, nachdem man darin die wahren Polardistanzen substituirt hat,

vom obigen Ausdrücke für die Refractionsverbesserung von $\alpha'' - \alpha'$ wieder abzieht. Das erste Glied wird selbst dadurch einfacher, und verwandelt sich in

$$+ r \left(1 + \frac{tg^2 t \sin^2 \theta}{\cos^2 (p - \theta)} \right) (\alpha'' - \alpha')$$

36.

Es kann sich ereignen dass man nicht die grade Aufsteigung und Polardistanz eines Sterns, sondern dessen Distanz von dem andern zugleich beobachteten wünscht, für diesen Zweck ist es nothwendig den Einfluss der Refraction auf diese berechnen zu können.

Seyn z' und z'' die scheinbaren Zenithdistanzen der beiden Sterne, ρ' und ρ'' die dazu gehörenden Refractionen, D die scheinbare Distanz, $D + dD$ die wahre, und a der Azimuthalunterschied, so geben die beiden Dreiecke zwischen dem Zenith und den scheinbaren Oertern und zwischen jenem und den wahren Oertern die folgenden beiden Gleichungen

$$\cos D = \cos z' \cos z'' + \sin z' \sin z'' \cos a$$

$$\cos (D + dD) = \cos (z' + \rho') \cos (z'' + \rho'') + \sin (z' + \rho') \sin (z'' + \rho'') \cos a$$

auf deren Entwicklung die strenge Auflösung der Aufgabe beruht. Diese ist indess aus der nautischen Astronomie genugsam bekannt, als dass es nöthig wäre sie hier zu wiederholen, um so mehr, da man selten oder nie in den Fall kommen kann sie anwenden zu müssen. Da die Refractionsunterschiede hier immer klein sind, so wird eine Entwicklung in welcher man nur die ersten Potenzen von dD , ρ' und ρ'' berücksichtigt stets hinreichen, und um dahin zu gelangen ist es am einfachsten wieder die Differentialrechnung anzuwenden, welche auf die bequemste Art diese Glieder giebt. Man differentiire also die erste Gleichung nach D , z' und z'' und setze

$$dz' = \rho' = r \operatorname{tg} z'$$

$$dz'' = \rho'' = r \operatorname{tg} z''$$

so ergibt sich

$$\frac{1}{r} \sin D. dD = \frac{\cos z' \sin^2 z''}{\cos z''} + \frac{\cos z'' \sin^2 z'}{\cos z'} - 2 \sin z' \sin z'' \cos \alpha$$

und nachdem man α eliminirt hat

$$\frac{1}{r} \sin D. dD = \frac{\cos^2 z' + \cos^2 z''}{\cos z' \cos z''} - 2 \cos D \quad (a).$$

Aber wenn z die Zenithdistanz ist, welche der Mitte des grössten Kreises, der die beiden Sterne verbindet, angehört, $e' + \omega$ der Winkel zwischen diesem Kreise und dem Verticalkreise am genannten Punkte, den ich Kürze halber ($\frac{1}{2} D$) nennen will, (also ω der parallactische Winkel), so ist

$$\begin{aligned} \cos z' &= \cos z \cos \frac{1}{2} D + \sin z \sin \frac{1}{2} D \cos (e' + \omega) \\ \cos z'' &= \cos z \cos \frac{1}{2} D - \sin z \sin \frac{1}{2} D \cos (e' + \omega) \end{aligned}$$

hieraus

$$\begin{aligned} \cos^2 z' + \cos^2 z'' &= 2 \cos^2 z \cos^2 \frac{1}{2} D + 2 \sin^2 z \sin^2 \frac{1}{2} D \cos^2 (e' + \omega) \\ \cos z' \cos z'' &= \cos^2 z \cos^2 \frac{1}{2} D - \sin^2 z \sin^2 \frac{1}{2} D \cos^2 (e' + \omega) \end{aligned}$$

also wenn man diese Werthe in (a) substituirt

$$\frac{1}{r} \sin D. dD = 2 \frac{1 + \operatorname{tg}^2 z \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} D \cos^2 (e' + \omega)}{1 - \operatorname{tg}^2 z \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} D \cos^2 (e' + \omega)} - 2 \cos D \quad (b).$$

Dieser Ausdruck gilt für jeden noch so grossen Werth von D , wenn nur $z'' - z'$ nicht gar zu gross ist; da nun aber bei den Heliometerbeobachtungen auch D stets klein ist, so kann man ebenfalls mit den ersten Potenzen dieser Grösse ausreichen, und die Formel (b) dadurch einfacher machen. Es findet sich gleich

$$dD = r [1 + \operatorname{tg}^2 z \cos^2 (e' + \omega)] D^* \quad (c)$$

*) Dieser Ausdruck gehört, weil er mit rD , zweien kleinen Grössen der ersten Ordnung multiplicirt ist, allgemein unter die Glieder der zweiten Ordnung, welche nach Art. 33 überhaupt die höchsten merklichen sind, aber da r in den meisten Fällen vielmals kleiner als D ist, so wird das Product rD noch zu einer höheren Ordnung als D^2 gezählt werden können, und daher noch immer wenn die Glieder der Ordnung D^3 und höhere merklich wären, die mit $r^2 D$ und rD^2 zu vernachlässigen. Dasselbe gilt auch von allen andern vorhergehenden und nachfolgenden Refractionsformeln.

und hieraus welches häufig bequemer seyn wird

$$\log (D + dD) - \log D = mr [1 + tg^2 z \cos^2 (e' + \omega)] \dots (d)$$

wenn m den Modul des Logarithmensystems bezeichnet, das man anwendet.

37.

Wir wollen jetzt mit denselben Voraussetzungen die Verbesserung des Positionswinkels (e') suchen. Das Dreieck zwischen dem Zenith und den beiden Sternen giebt, wenn wir sogleich das Quadrat und die höhern Potenzen von D wegwerfen

$$D \sin (e' + \omega) = \sin z \sin a$$

also durch die Differentiation, und nachdem man $dz = r tg z$ gesetzt und $\sin a$ eliminirt hat,

$$D \cos (e' + \omega) d(e' + \omega) + \sin (e' + \omega) dD = r D \sin (e' + \omega)$$

substituirt man hierin für dD seinen Werth aus (c) so ergibt sich

$$de' + d\omega = - r tg^2 z \sin (e' + \omega) \cos (e' + \omega)$$

Wir bekommen am einfachsten den Werth von $d\omega$ durch folgende Gleichung

$$\sin \omega \sin p = \sin a' \cos \varphi$$

welche das Dreieck zwischen dem Puncte ($\frac{1}{2}D$) dem Zenith und dem Pole giebt, und worin p die Polardistanz, a' das Azimuth des Punctes ($\frac{1}{2}D$) ist. Hieraus

$$\cos \omega \sin p d\omega + \sin \omega \cos p dp = 0$$

oder nachdem man für dp seinen Werth $r tg (p - \theta)$ substituirt hat

$$d\omega = - r tg \omega \cotg p tg (p - \theta)$$

also wenn man diese Gleichung von der für $de' + d\omega$ subtrahirt,

$$de' = r tg \omega \cotg p tg (p - \theta) - r tg^2 z \sin (e' + \omega) \cos (e' + \omega).$$

Es ist übrig zu zeigen welchen Werth die Gröſſe r , die in allen vorhergehenden Ausdrücken vorkommt, hat. Es wurde angenommen dass zwei Refractionen resp. die Form $r \operatorname{tg} z'$ und $r \operatorname{tg} z''$ hätten, also dass r eine constante Gröſſe sey, dieses ist aber bekanntlich nicht strenge wahr, denn es ist r veränderlich und eine Function der Zenithdistanz. Um r zu finden, wollen wir die Refraction für die Zenithdistanz z , wie sie wirklich ist, $= \rho \operatorname{tg} z$ setzen, und unter ρ eine Function von z verstehen. Die Differentiation des ersten Ausdruckes giebt das Differential der zu z gehörigen Refraction $= r \frac{dz}{\cos^2 z}$ und die des zweiten dieselbe Gröſſe $= \rho \frac{dz}{\cos^2 z} + \frac{d\rho}{dz} dz \operatorname{tg} z$ also wenn man diese beiden Werthe einander gleich setzt

$$r \frac{1}{\cos^2 z} = \rho \frac{1}{\cos^2 z} + \frac{d\rho}{dz} \operatorname{tg} z$$

und diese Gleichung enthält mithin die zwischen r und ρ statt habende Relation.

Man kann eine der vorhandenen Refractionstafeln, welche schon die hier angenommene Form hat, mit Nutzen anwenden um durch obige Formel r zu rechnen. Da aber diese Tafeln $\log \rho$ unmittelbar geben, und wir ebenfalls den Logarithmus von r brauchen müssen, so wird es vortheilhaft seyn diese Gröſſen in unsere Formel einzuführen. Da $d. \log \rho = m \frac{d\rho}{\rho}$ so haben wir, wenn wir zugleich mit $\cos^2 z$ multipliciren

$$r = \rho + \rho \frac{d. \log \rho}{dz} \cdot \frac{\sin z \cos z}{m}$$

und hieraus

$$\log r = \log \rho + \log \left(1 + \frac{d. \log \rho}{dz} \cdot \frac{\sin z \cos z}{m} \right)$$

Der Differentialquotient ergibt sich wie man leicht findet aus den endlichen Differenzen durch folgenden Ausdruck

$$\frac{d. \log \varrho}{dz} \cdot \frac{h}{206265''} = \frac{1}{2} [(a + a') - \frac{1}{6}[(c + c') - \text{etc.}]]$$

wenn a und a' die ersten, c und c' die dritten Differenzen etc. unter und über der Zeile, nach der gewöhnlichen Schreibart, und h das Increment des Arguments der Tafel in Secunden ist.

Durch Hülfe der Refractionstafeln des Herrn Professors *BESSEL* habe ich auf diese Art die folgende Tafel für r gerechnet, deren Argument die scheinbare Zenithdistanz ist. Sie gilt für $48,75$ des Fahrenheitschen Thermometers und für einen Barometerstand von 730 Millemetern, welches nahe der mittlere der Sternwarte Seeberg ist; man bringt sie auf die gewöhnliche Art auf jeden andern Stand der meteorologischen Instrumente.

z	$\log r$	z	$\log r$	z	$\log r$	z	$\log r$
0°	1,7488	72°	1,7346	$82^\circ 40'$	1,6722	$86^\circ 0'$	1,5525
45	1,7471	73	1,7327	83 0	1,6662	10	1,5411
50	1,7466	74	1,7306	20	1,6591	20	1,5283
55	1,7456	75	1,7282	40	1,6507	30	1,5137
60	1,7441	76	1,7254	84 0	1,6413	40	1,4981
61	1,7437	77	1,7216	10	1,6363	50	1,4819
62	1,7433	78	1,7170	20	1,6313	87 0	1,4645
63	1,7428	79	1,7113	30	1,6261	10	1,4453
64	1,7423	80 0	1,7042	40	1,6205	20	1,4227
65	1,7418	20	1,7014	50	1,6142	30	1,3937
66	1,7412	40	1,6982	85 0	1,6069	40	1,3586
67	1,7404	81 0	1,6947	10	1,5986	50	1,3223
68	1,7394	20	1,6914	20	1,5903	88 0	1,2868
69	1,7384	40	1,6874	30	1,5818	10	1,2484
70	1,7374	82 0	1,6832	40	1,5727	20	1,2033
71	1,7361	20	1,6780	50	1,5630	30	1,1500
72	1,7346	40	1,6722	86 0	1,5525		

39.

Unter den beiden hier dargestellten Arten die Refraction zu berücksichtigen, ziehe ich, auch wenn die grade Aufsteigung und Abweichung abgeleitet werden soll, die letztere vor, ob-

gleich sie stets die Zenithdistanz und den parallactischen Winkel erfordert, welche nicht unmittelbar durch das Instrument gegeben sind, während die erste Methode bis zu einer gewissen Grenze nur die Kenntniss der Zenithdistanz verlangt. Da aber die Refraction sehr klein ist, so tritt der Umstand ein, dass man bis 80° herunter die Zenithdistanz und bis 85° Zenithdistanz den parallactischen Winkel stets nur in Zehntel Graden zu kennen braucht, und selbst in den meisten Fällen noch diese Grenzen überschreiten kann. Dies verursacht, dass man durch zwei kleine Tafeln, die zu den Argumenten den Stundenwinkel und die Pol-distanz haben, jene Gröſsen durch eine leichte Interpolation finden kann, und ebenfalls lässt sich das erste Glied von de' aus einer Tafel die die nemlichen Argumente hat ohne Mühe finden. Um meinen Lesern dies deutlich vor Augen zu legen, füge ich die drei Tafeln, welche ich für die Polhöhe der hiesigen Stern-warte berechnet habe, und zu diesem Zwecke anwende, bei. Die Tafel I giebt die Zenithdistanz oder z , die Tafel II den parallactischen Winkel oder $\omega^*)$ und die Tafel III das erste Glied der Verbesserung des Positionswinkels oder ρ' .

Die beiden übrigen Glieder der Refraction lassen sich durch allgemeine Hülftafeln ebenfalls bequemer als durch unmittelbare Berechnung nach den Formeln finden, ich lege daher solche Tafeln auch bey. Aus der Tafel IV bekommt man bis $z=75^\circ$ das was dem Logarithmus der gemessenen Distanz hinzugefügt werden muss um die wahre zu bekommen, in Einheiten der fünften Decimale und durch die Argumente z und $e' + \omega$; die Tafel V enthält bis zu derselben Grenze und mit denselben Argumenten den zweiten Theil der Verbesserung des Positionswinkels

*) Wenn $p=0$ ist, so ist ω unbestimmt; die in der $p=0$ überschriebenen Columne gegebenen Werthe von ω sind eigentlich die Grenzen nach welchen ω strebt, oder die Werthe dieses Winkels wenn p unendlich klein ist; sie dienen zur Interpolation zwischen $p=0$ und $p=10^\circ$.

oder r' , so dass man also vollständig durch die Tafeln III und V hat

$$de' = q' + r'.$$

Für $z > 75^\circ$ würden diese Tafeln nicht mehr bequem seyn, auch könnte alsdann in manchen Fällen der Stand der meteorologischen Instrumente einigen Einfluss äussern, man wird daher die Tafeln VI, VII und VIII mit Nutzen anwenden können. Die Tafel VI enthält für das Argument z die Grössen

$$q'' = \frac{100000}{206265''} mr,$$

$$a = \log \frac{100000}{206265''} m r t g^2 z$$

und den Exponenten λ nach dem Herrn Professor *BESSEL*, die Tafeln VII und VIII die Logarithmen der Barometer- und Thermometerverbesserungen oder b und c , ebenfalls aus den *Besselschen* Tafeln und in Einheiten der vierten Decimalstelle. Setzt man also

$$a + b + \lambda c = \log r''$$

so ist die Verbesserung des Logarithmus der Distanz

$$= q'' + r'' \cos^2 (e' + \omega)$$

in Einheiten der fünften Decimalstelle, und die Verbesserung des Positionswinkels

$$= q' + K r'' \cos (e' + \omega) \sin (e' + \omega)$$

$$= q' + [r'' \cos^2 (e' + \omega)] K t g (e' + \omega)$$

in Minuten, wenn $K = - \frac{1}{60 m} \cdot \frac{206265''}{100000}$ oder $\log K = 8,8985 n,^*)$

Es bedarf wohl kaum der Bemerkung dass man nach Anwendung dieser Methode in dem Factor $\operatorname{cosec} \frac{1}{2} (p'' + p')$ der zweiten Gleichung (e) des Art. 33 die wahren Polardistanzen nehmen muss.

*) Für die Fälle wo man z und ω unmittelbar rechnen muss, werden die folgenden Formeln die besten seyn

$$t g z \sin \omega = t g t \sin \theta \sec (p - \theta)$$

$$t g z \cos \omega = t g (p - \theta)$$

wo wie früher $t g \theta = \cos t \cot g \varphi$ ist.

Tafel I.

<i>t</i>	<i>p</i>														<i>t</i>
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	
	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	
0°	39,1	29,1	19,1	9,1	0,9	10,9	20,9	30,9	40,9	50,9	60,9	70,9	80,9	90,9	360°
10	39,1	29,2	19,6	10,6	6,5	13,0	22,2	32,0	41,8	51,7	61,6	71,5	81,5	91,3	350
20	39,1	29,8	21,2	14,4	12,7	17,7	25,7	34,8	44,1	53,8	63,4	73,1	82,9	92,6	340
30	39,1	30,7	23,5	19,0	19,0	23,4	30,6	38,9	47,7	56,9	66,2	75,7	85,2	94,7	330
40	39,1	32,0	26,6	23,9	25,1	29,7	36,3	44,0	52,4	61,1	70,0	79,1	88,3	97,5	320
50	39,1	33,4	29,8	28,9	31,2	35,9	42,4	49,7	57,7	66,1	74,7	83,3	92,1		310
60	39,1	35,1	33,1	33,9	37,2	42,3	48,5	55,8	63,5	71,7	79,9	88,3	96,6		300
70	39,1	36,6	36,5	38,7	43,2	48,3	54,9	62,2	69,6	77,6	85,6	93,6			290
80	39,1	38,3	39,9	43,3	48,3	54,4	61,2	68,4	76,0	83,7	91,6				280
90	39,1	40,1	43,1	47,7	53,4	60,0	67,2	74,6	82,3	90,0					270
100	39,1	41,8	46,1	51,8	58,4	65,4	72,9	80,6	88,4	96,3					260
110	39,1	43,3	49,1	55,6	62,8	70,4	78,4	86,4	94,4						250
120	39,1	44,7	51,6	59,1	66,9	75,1	83,4	91,7							240
130	39,1	46,1	53,8	62,0	70,5	79,2	87,9	96,6							230
140	39,1	47,1	55,6	64,5	73,5	82,5	91,8								220
150	39,1	47,9	57,2	66,4	75,9	85,3	94,8								210
160	39,1	48,5	58,2	67,9	77,6	87,4	97,1								200
170	39,1	48,9	58,8	68,7	78,7	88,6	98,7								190
180	39,1	49,1	59,1	69,1	79,1	89,1	99,1								180

~~~~~



Tafel II.

| p   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      | t    |
|-----|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| t   | 0°    | 10°   | 20°   | 30°   | 40°  | 50°  | 60°  | 70°  | 80°  | 90°  | 100° | 110° | 120° |      |
|     | ω     | ω     | ω     | ω     | ω    | ω    | ω    | ω    | ω    | ω    | ω    | ω    | ω    |      |
| 0°  | 180,0 | 180,0 | 180,0 | 180,0 | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 0,0  | 360° |
| 10  | 170,0 | 167,1 | 161,0 | 143,5 | 77,5 | 29,2 | 16,7 | 11,9 | 9,5  | 8,0  | 7,2  | 6,6  | 6,4  | 350  |
| 20  | 160,0 | 154,4 | 143,5 | 120,0 | 77,9 | 45,1 | 29,8 | 22,2 | 18,0 | 15,5 | 13,9 | 13,0 | 12,8 | 340  |
| 30  | 150,0 | 142,1 | 128,2 | 105,0 | 75,6 | 52,2 | 38,2 | 30,1 | 25,2 | 22,0 | 20,1 | 18,9 | 18,4 | 330  |
| 40  | 140,0 | 130,1 | 114,9 | 94,3  | 72,3 | 54,9 | 43,1 | 35,6 | 30,7 | 27,5 | 25,5 | 24,3 | 23,9 | 320  |
| 50  | 130,0 | 118,7 | 103,5 | 85,6  | 68,7 | 55,3 | 45,8 | 39,3 | 34,9 | 31,8 | 30,1 | 29,0 | 28,8 | 310  |
| 60  | 120,0 | 107,8 | 93,2  | 77,8  | 64,8 | 54,3 | 46,7 | 41,3 | 37,6 | 35,1 | 33,7 | 33,1 | 33,4 | 300  |
| 70  | 110,0 | 97,4  | 83,9  | 71,2  | 61,0 | 52,4 | 46,4 | 42,1 | 39,2 | 37,3 | 36,5 | 36,4 |      | 290  |
| 80  | 100,0 | 87,5  | 75,3  | 64,7  | 56,2 | 49,8 | 45,1 | 41,9 | 39,7 | 38,6 | 38,3 |      |      | 280  |
| 90  | 90,0  | 77,9  | 67,1  | 58,4  | 51,6 | 46,7 | 43,1 | 40,8 | 39,5 | 39,1 |      |      |      | 270  |
| 100 | 80,0  | 68,6  | 59,3  | 52,1  | 46,7 | 43,0 | 40,4 | 38,9 | 38,3 | 38,6 |      |      |      | 260  |
| 110 | 70,0  | 59,7  | 51,5  | 45,8  | 41,7 | 38,9 | 37,2 | 36,4 | 36,5 |      |      |      |      | 250  |
| 120 | 60,0  | 50,8  | 44,2  | 39,6  | 36,4 | 34,4 | 33,3 | 33,1 |      |      |      |      |      | 240  |
| 130 | 50,0  | 42,1  | 36,7  | 33,1  | 30,8 | 29,4 | 28,8 | 29,0 |      |      |      |      |      | 230  |
| 140 | 40,0  | 33,6  | 29,4  | 26,7  | 25,0 | 24,0 | 23,9 |      |      |      |      |      |      | 220  |
| 150 | 30,0  | 25,1  | 22,0  | 20,1  | 18,9 | 18,4 | 18,4 |      |      |      |      |      |      | 210  |
| 160 | 20,9  | 16,7  | 14,7  | 13,4  | 12,7 | 12,5 | 12,6 |      |      |      |      |      |      | 200  |
| 170 | 10,0  | 8,3   | 7,4   | 6,8   | 6,4  | 6,3  | 6,4  |      |      |      |      |      |      | 190  |
| 180 | 0,0   | 0,0   | 0,0   | 0,0   | 0,0  | 0,0  | 0,0  |      |      |      |      |      |      | 180  |

| t  | p    |      | t    |
|----|------|------|------|
|    | 120° | 130° |      |
|    | ω    | ω    |      |
| 0° | 0,0  | 0,0  | 360° |
| 10 | 6,4  | 6,3  | 350  |
| 20 | 12,8 | 12,5 | 340  |
| 30 | 18,4 | 18,4 | 330  |
| 40 | 23,9 | 24,1 | 320  |
| 50 | 28,8 |      | 310  |
| 60 | 33,4 |      | 300  |

Wenn  $t > 180^\circ$  ist, so ist  $\omega$  negativ.



Tafel III.

| $t$       | $p$       |            |            |            |            |            |            |            |            |            |             |             |             |             |             | $t$ |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
|           | $5^\circ$ | $10^\circ$ | $20^\circ$ | $30^\circ$ | $40^\circ$ | $50^\circ$ | $60^\circ$ | $70^\circ$ | $80^\circ$ | $90^\circ$ | $100^\circ$ | $110^\circ$ | $120^\circ$ | $125^\circ$ |             |     |
|           | $q'$      | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$       | $q'$        | $q'$        | $q'$        | $q'$        |             |     |
|           | +         | +          | +          | +          | +          | +          | +          | +          | +          | —          | —           | —           | —           |             |             |     |
| $0^\circ$ | 0,0       | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0         | 0,0         | 0,0         | 0,0         | $360^\circ$ |     |
| 10        | 1,4       | 0,8        | 0,3        | 0,2        | 0,1        | 0,1        | 0,1        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0         | 0,1         | 0,3         | 0,7         | $350^\circ$ |     |
| 20        | 2,8       | 1,3        | 0,6        | 0,4        | 0,2        | 0,2        | 0,1        | 0,1        | 0,1        | 0,0        | 0,1         | 0,2         | 0,8         | 1,1         | $340^\circ$ |     |
| 30        | 4,1       | 1,9        | 0,9        | 0,5        | 0,4        | 0,3        | 0,2        | 0,1        | 0,1        | 0,0        | 0,1         | 0,4         | 1,4         |             | $330^\circ$ |     |
| 40        | 5,3       | 2,5        | 1,2        | 0,7        | 0,5        | 0,4        | 0,3        | 0,2        | 0,1        | 0,0        | 0,2         | 0,7         | 2,1         |             | $320^\circ$ |     |
| 50        | 6,4       | 3,1        | 1,4        | 0,9        | 0,6        | 0,5        | 0,4        | 0,3        | 0,1        | 0,0        | 0,3         | 1,2         |             |             | $310^\circ$ |     |
| 60        | 7,3       | 3,5        | 1,7        | 1,0        | 0,8        | 0,6        | 0,4        | 0,3        | 0,2        | 0,0        | 0,5         | 1,8         |             |             | $300^\circ$ |     |
| 70        | 8,0       | 3,9        | 1,9        | 1,2        | 0,9        | 0,7        | 0,6        | 0,4        | 0,3        | 0,0        | 0,9         |             |             |             | $290^\circ$ |     |
| 80        | 8,4       | 4,1        | 2,1        | 1,4        | 1,0        | 0,8        | 0,7        | 0,6        | 0,4        | 0,0        |             |             |             |             | $280^\circ$ |     |
| 90        | 8,6       | 4,3        | 2,2        | 1,5        | 1,2        | 1,0        | 0,9        | 0,8        | 0,7        | 0,0        |             |             |             |             | $270^\circ$ |     |
| 100       | 8,6       | 4,4        | 2,3        | 1,6        | 1,3        | 1,2        | 1,1        | 1,2        | 1,0        |            |             |             |             |             | $260^\circ$ |     |
| 110       | 8,3       | 4,3        | 2,3        | 1,7        | 1,4        | 1,4        | 1,5        | 1,9        |            |            |             |             |             |             | $250^\circ$ |     |
| 120       | 7,8       | 4,1        | 2,2        | 1,7        | 1,5        | 1,6        | 2,1        |            |            |            |             |             |             |             | $240^\circ$ |     |
| 130       | 7,0       | 3,7        | 2,1        | 1,6        | 1,6        | 1,8        | 2,6        |            |            |            |             |             |             |             | $230^\circ$ |     |
| 140       | 5,9       | 3,1        | 1,8        | 1,5        | 1,5        | 2,1        |            |            |            |            |             |             |             |             | $220^\circ$ |     |
| 150       | 4,6       | 2,5        | 1,5        | 1,3        | 1,4        | 2,2        |            |            |            |            |             |             |             |             | $210^\circ$ |     |
| 160       | 3,2       | 1,7        | 1,0        | 0,9        | 1,0        | 1,7        |            |            |            |            |             |             |             |             | $200^\circ$ |     |
| 170       | 1,6       | 0,9        | 0,5        | 0,6        | 0,6        | 0,8        |            |            |            |            |             |             |             |             | $190^\circ$ |     |
| 180       | 0,0       | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        | 0,0        |            |            |            |            |             |             |             |             | $180^\circ$ |     |

Wenn  $t > 180^\circ$  so wird das Zeichen von  $q'$  umgewechselt.

~~~~~


Tafel V.

z	$e' + \omega$										
	0° 180°	10° 190°	20° 200°	30° 210°	40° 220°	45° 225°	50° 230°	60° 240°	70° 250°	80° 260°	90° 270°
	r'	r'	r'	r'	r'	r'	r'	r'	r'	r'	r'
0°	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
40	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,1	0,0
50	0,0	0,2	0,5	0,6	0,7	0,7	0,7	0,6	0,5	0,2	0,0
55	0,0	0,3	0,6	0,9	1,0	1,0	1,0	0,9	0,6	0,3	0,0
60	0,0	0,5	0,9	1,2	1,4	1,4	1,4	1,2	0,9	0,5	0,0
65	0,0	0,7	1,4	1,9	2,2	2,2	2,2	1,9	1,4	0,7	0,0
70	0,0	1,2	2,2	3,0	3,3	3,4	3,3	3,0	2,2	1,2	0,0
71	0,0	1,3	2,5	3,3	3,7	3,8	3,7	3,3	2,5	1,3	0,0
72	0,0	1,5	2,8	3,7	4,2	4,3	4,2	3,7	2,8	1,5	0,0
73	0,0	1,7	3,0	4,2	4,7	4,8	4,7	4,2	3,0	1,7	0,0
74	0,0	1,9	3,5	4,8	5,4	5,5	5,4	4,8	3,5	1,9	0,0
75	0,0	2,2	3,9	5,4	6,1	6,2	6,1	5,4	3,9	2,2	0,0
	180° 360°	170° 350°	160° 340°	150° 330°	140° 320°	135° 315°	130° 310°	120° 300°	110° 290°	100° 280°	90° 270°
	$e' + \omega$										

~~~~~



Tafel VI.

| $z$   | $q''$ | $a$    | $\lambda$ | $z$   | $q''$ | $a$    | $\lambda$ |
|-------|-------|--------|-----------|-------|-------|--------|-----------|
| 70°   | 12    | 1,9387 | 1,01      | 84 20 | 9     | 2,9615 | 1,10      |
| 71    | 11    | 1,9856 | 1,01      | 30    | 9     | 2,9823 | 1,11      |
| 72    | 11    | 2,0344 | 1,01      | 40    | 9     | 3,0036 | 1,11      |
| 73    | 11    | 2,0854 | 1,02      | 50    | 9     | 3,0251 | 1,12      |
| 74    | 11    | 2,1390 | 1,02      | 85 0  | 9     | 3,0464 | 1,12      |
| 75    | 11    | 2,1955 | 1,02      | 10    | 8     | 3,0677 | 1,13      |
| 76    | 11    | 2,2553 | 1,02      | 20    | 8     | 3,0900 | 1,13      |
| 77    | 11    | 2,3183 | 1,03      | 30    | 8     | 3,1132 | 1,14      |
| 78    | 11    | 2,3855 | 1,03      | 40    | 8     | 3,1370 | 1,15      |
| 79    | 11    | 2,4574 | 1,04      | 50    | 8     | 3,1615 | 1,15      |
| 80 0' | 11    | 2,5350 | 1,04      | 86 0  | 8     | 3,1866 | 1,16      |
| 20    | 11    | 2,5622 | 1,04      | 10    | 7     | 3,2123 | 1,17      |
| 40    | 11    | 2,5900 | 1,05      | 20    | 7     | 3,2382 | 1,18      |
| 81 0  | 10    | 2,6187 | 1,05      | 30    | 7     | 3,2641 | 1,19      |
| 20    | 10    | 2,6487 | 1,05      | 40    | 7     | 3,2910 | 1,20      |
| 40    | 10    | 2,6793 | 1,06      | 50    | 6     | 3,3195 | 1,21      |
| 82 0  | 10    | 2,7110 | 1,06      | 87 0  | 6     | 3,3491 | 1,22      |
| 20    | 10    | 2,7432 | 1,06      | 10    | 6     | 3,3796 | 1,23      |
| 40    | 10    | 2,7765 | 1,07      | 20    | 6     | 3,4098 | 1,25      |
| 83 0  | 10    | 2,8113 | 1,08      | 30    | 5     | 3,4369 | 1,26      |
| 20    | 10    | 2,8470 | 1,08      | 40    | 5     | 3,4618 | 1,28      |
| 40    | 9     | 2,8836 | 1,09      | 50    | 5     | 3,4899 | 1,30      |
| 84 0  | 9     | 2,9215 | 1,10      | 88 0  | 4     | 3,5240 | 1,31      |
| 10    | 9     | 2,9411 | 1,10      | 10    | 4     | 3,5613 | 1,33      |
| 30    | 9     | 2,9615 | 1,10      | 20    | 4     | 3,5990 | 1,36      |
|       |       |        |           | 30    | 4     | 3,6373 | 1,38      |

Tafel VIII.

| $Th.$ | $c$   | $Th.$ | $c$   |
|-------|-------|-------|-------|
| -10°  | + 531 | 40°   | + 75  |
| - 8   | + 512 | 42    | + 58  |
| - 6   | + 492 | 44    | + 41  |
| - 4   | + 473 | 46    | + 23  |
| - 2   | + 455 | 48    | + 6   |
| 0     | + 436 | 50    | - 11  |
| 2     | + 417 | 52    | - 28  |
| 4     | + 398 | 54    | - 44  |
| 6     | + 380 | 56    | - 61  |
| 8     | + 361 | 58    | - 78  |
| 10    | + 343 | 60    | - 95  |
| 12    | + 324 | 62    | - 111 |
| 14    | + 306 | 64    | - 128 |
| 16    | + 288 | 66    | - 144 |
| 18    | + 270 | 68    | - 161 |
| 20    | + 251 | 70    | - 177 |
| 22    | + 234 | 72    | - 193 |
| 24    | + 216 | 74    | - 210 |
| 26    | + 198 | 76    | - 226 |
| 28    | + 180 | 78    | - 242 |
| 30    | + 162 | 80    | - 258 |
| 32    | + 145 | 82    | - 274 |
| 34    | + 127 | 84    | - 290 |
| 36    | + 110 | 86    | - 306 |
| 38    | + 92  | 88    | - 322 |
| 40    | + 75  | 90    | - 337 |

Tafel VII.

| Bar.     | <i>b</i> | Bar.     | <i>b</i> | Bar.     | <i>b</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>m</i> |          | <i>m</i> |          | <i>m</i> |          |
| 710      | — 120    | 730      | 0        | 750      | + 117    |
| 712      | — 108    | 732      | + 12     | 752      | + 129    |
| 714      | — 96     | 934      | + 24     | 754      | + 141    |
| 716      | — 84     | 736      | + 36     | 756      | + 152    |
| 718      | — 72     | 738      | + 47     | 758      | + 164    |
| 720      | — 60     | 740      | + 59     | 760      | + 175    |
| 722      | — 48     | 742      | + 71     | 762      | + 186    |
| 724      | — 36     | 744      | + 83     | 764      | + 198    |
| 726      | — 24     | 746      | + 94     | 766      | + 209    |
| 728      | — 12     | 748      | + 106    | 768      | + 221    |
| 730      | 0        | 750      | + 117    | 770      | + 232    |



Die bis jetzt gegebenen Ausdrücke beziehen sich nur auf eine einfach gemessene Distanz, und es ist in diesem Falle eigentlich die  $S'$  genannte Ablesung derjenige Punct der Micrometerschraube und der damit verbundenen Scale, für welchen die Achsen der Objectivhälften zusammen fallen, und man muss, um durch die Formeln ohne weiteres über die algebraischen Zeichen von  $\alpha'' - \alpha'$  und  $p'' - p'$ , entscheiden zu können, die mit zwei Strichen bezeichneten Grössen dem Sterne beilegen, dessen Bild man durch die Objectivhälfte sieht, welche die Micrometerschraube trägt. Allein da es auf jeden Fall vortheilhaft seyn wird, die Distanzen wenigstens doppelt, nemlich einmal links, und einmal rechts von der Objectivhälfte welche keinen eingetheilten Schraubenkopf hat, zu messen, so ist es nöthig die Formeln hierauf auszudehnen. Da solche Messungen aber nur ein specieller Fall der überhaupt möglichen Repetitionsmessungen sind, so will ich annehmen dass man eine Distanz  $n$  mal wiederholt, bei Anfang und Ende die Micrometerschraube des Objectivs, bei jeder Einstellung aber die Scale des Oculars, welche willkürlich gestellt seyn kann, und den Positionskreis, nachdem er verstellt und wieder eingestellt worden, abgelesen habe. Ich nehme an dass  $S'$  und  $S''$  die Ablesungen zu Anfang und zu Ende der Messung seyn, und dass  $S''$  die grössere Zahl ist. Seyn noch die übrigen zwischen  $S'$  und  $S''$  liegenden, nicht abgelesenen Puncte, auf welchen wechselseitig der eine und der andere Schieber gestanden hat,  $s', s'', s''', \text{etc.}$ , die Ablesungen des Ocularschiebers  $S_1, S_2, S_3, \text{etc.}$ , und die gefundenen Positionswinkel  $\varepsilon', \varepsilon'', \varepsilon''', \text{etc.}$

Aus der Gleichung (a) des Art. 33 geht hervor dass man, wenn man nur die Glieder zweier Dimensionen berücksichtigt, statt  $\Delta'' - \Delta'$  zu schreiben hat  $\frac{\Delta'' - \Delta'}{n}$ , oder einfacher, und



um  $p'' - p'$  und  $\alpha'' - \alpha'$  sogleich in Secunden zu haben  $RD$ , wenn  $R = \frac{206265''}{l}$  und  $D = \frac{S'' - S'}{n}$  ist. Für den Winkel welcher im genannten Artikel  $e' + u$  genannt wurde, giebt jede unserer Messungen resp.  $\varepsilon' + u'$ ,  $\varepsilon'' + u''$ ;  $\varepsilon''' + u'''$ , etc., oder

$$\varepsilon' - \frac{1}{2} R \cotg p [(s' + S' - 2H) \sin \varepsilon' - 2(S - H) \sin e]$$

$$\varepsilon'' - \frac{1}{2} R \cotg p [(s'' + s' - 2H) \sin \varepsilon'' - 2(S'' - H) \sin e]$$

$$\varepsilon^{(n)} - \frac{1}{2} R \cotg p [(S'' + s^{(n-1)} - 2H) \sin \varepsilon^{(n)} - 2(S_{(n)} - H) \sin e]$$

und da der wahre Werth dieser Winkel für alle einer und derselbe ist, so wird man das arithmetische Mittel aus allen für  $e' + u$  annehmen müssen.

Sey daher

$$\frac{\varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \dots + \varepsilon^{(n)}}{n} = e'$$

$$\frac{S_1 + S_{11} + S_{111} + \dots + S_{(n)}}{n} = S$$

so haben wir, weil  $s' - S' = s'' - s' = \text{etc.}$  und weil wir in  $u$ ,  $\sin \varepsilon' = \sin \varepsilon'' = \text{etc.} = \sin e'$  setzen dürfen,

$$u = - \frac{1}{2} R \cotg p [(S'' + S' - 2H) \sin e' - 2(S - H) \sin e]$$

oder in einer etwas einfacheren Form und in Minuten, wenn überdies  $\frac{S'' + S'}{2} - S = U$  und  $R^* = \frac{R}{60}$

$$u = - R^* \cotg p [U \sin e' + (S - H) (\sin e' - \sin e)]$$

ferner

$$p'' - p' = RD \cos (e' + u)$$

$$\alpha'' - \alpha' = RD \sin (e' + u) \operatorname{cosec} \frac{1}{2} (p'' + p')$$

} ..... (a).

#### 41.

Wenn man will dass die vorstehenden Formeln zugleich über die algebraischen Zeichen der unbekannten Gröfsen entscheiden sollen, so muss man  $p'$  und  $\alpha'$  demjenigen Sterne zukommen lassen, welcher am weitesten von der Seite wo die Micro-



meterschrauben sind, absteht, also dessen Bild im Fernrohre diesen Schrauben am nächsten liegt, und  $p''$  und  $p'$  in demselben Quadranten annehmen in dem  $p$  liegt, übrigens auf die Zeichen der übrigen Gröfsen Acht haben.

## 42.

Angenommen dass das von  $e' - e$  abhängige Glied zu vernachlässigen ist, welches man immer einrichten kann, so sieht man dass  $u = 0$  ist, wenn  $\frac{S'' + S'}{2} = S$ , es wird also schon aus diesem Grunde vortheilhaft seyn, dieses wenigstens nahe einzurichten. Allein es ist aus mehreren Gründen anzurathen, denn die Glieder der dritten Ordnung werden zu gleicher Zeit ein Minimum, \*) die Bilder der Sterne werden beide möglichst deutlich, und die Ablesungen am Stunden- und Declinationskreise beziehen sich auf den Punct welcher ( $\frac{1}{2} D$ ) genannt wurde, und sind also die Argumente, die man für die Refractionsverbesserung brauchen muss.

---

\*) Die Glieder der dritten Ordnung in  $(p'' - p)$  sind  $-\frac{1}{3}(\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)^3$  und  $-\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 p (\Delta'' \cos e' - \Delta \cos e)(\Delta'' \sin e' - \Delta \sin e)^2$ , und diesem analog in  $p' - p$ , aus deren Entwicklung man leicht sieht, dass sie in dem angeführten Falle ein Minimum werden. Das erste Glied deutet an, dass man statt  $p'' - p$  und  $p' - p$  in den genäherten Ausdrücken strenger  $\operatorname{tg}(p'' - p)$  und  $\operatorname{tg}(p' - p)$  schreiben kann. Wenn  $u$  nahe Nullist würde  $p'' - p'$  dadurch in  $2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}(p'' - p')$  abweichen. Man kann auch immer dies ohne Nachtheil in den Gleichungen (a) des Art. 40 annehmen, allein erheblich wird der Vortheil nicht seyn, denn wenn überhaupt die Glieder der dritten Ordnung merklich sind, so ist in manchen Fällen das zweite gröfser wie das erste und verdiente vor allen Dingen Berücksichtigung. Wenn die Declination der Sterne sehr grofs ist, so könnte man es allenfalls dem obigen Werthe von  $p'' - p'$  hinzufügen, oder setzen

$$206265'' \times 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}(p'' - p') = R D \cos(e' + u) - \frac{1}{3} \operatorname{cosec}^2 p \frac{R^3 D^3}{(206265'')^3} \cos e' \sin^2 e'$$

und alsdann  $\alpha'' - \alpha'$  aus den Formeln (b) und (c) des Art. 33 rechnen, welche sich, wenn man das hier angewandte Princip benutzt, ohne Mühe auf Repetitionsbeobachtungen ausdehnen lassen.



Es ist leicht dies einzurichten; nachdem man die Bilder der Sterne vorläufig in Coincidenz gebracht hat, lese man die Scale beider Objectivhälften vorläufig ab, stelle den Schieber des Oculars auf das arithmetische Mittel dieser Zahlen, und bringe vermittelst der Stunden- und Declinationsbewegung die Bilder an den gehörigen Ort im Felde. Ist dies einmal geschehen, und also  $u$  nahe Null, so lässt man den Declinationskreis unverrückt stehen, und bringt bei den folgenden Messungen die Bilder durch den Ocularschieber und durch die Stundenbewegung immer auf dem vorigen Ort zurück.

Der Ort im Gesichtsfelde wo die Coincidenz der Sterne beobachtet werden muss ist strenge, wie aus dem Vorgetragenen erhellet, die Mitte des Fadenquadrats, allein man kann, wenn man nicht gar zu nahe am Pole beobachtet, ohne merklichen Fehler zu befürchten, irgend eins der übrigen Oculare, dessen Vergrößerung man grade am besten findet, anwenden und den Contact in dem durchs Augenmaafs geschätzten Mittelpuncte des Gesichtsfeldes beobachten. Dies lässt sich, wie die nachfolgenden Beobachtungen zeigen, mit aller wünschenswerthen Genauigkeit machen. Je näher der Positionswinkel  $90^\circ$  ist, je mehr geht ein Fehler in der Schätzung des Mittelpunctes in die Einstellung des Schiebers vergrößert über, allein die Ablesung giebt immer ein Mittel, durch Berücksichtigung des Winkels  $u$  dieses unschädlich zu machen. Für Beobachtungen in der Nähe des Pols könnte man auch durch einzusteckende Blendungen, deren Mittelpunkt man vorher mit dem Orte des Fadenkreuzes correspondirend gemacht hätte, die Gesichtsfelder der verschiedenen Oculare dergestalt kleiner machen, dass man auch hier des Fadennetzes entbehren könnte; bei den Berichtigungen ist es aber ohne Zweifel am Besten es anzuwenden.



Bis jetzt ist noch immer angenommen dass man unbewegliche Sterne beobachtet, indess ist leicht einzusehen dass die Ausdrücke (a) des Art. 40 auch gelten, wenn die Distanz und der Positionswinkel des einen, oder selbst beider Sterne der Zeit proportional veränderlich wären, wenn man nur  $p'' - p'$  und  $\alpha'' - \alpha'$  für das Mittel aus den zugleich beobachteten Zeiten gelten lässt. Aber wenn man auch für alle Irrsterne die vorkommen mögen, die Bewegung in grader Aufsteigung und Polardistanz während der ganzen Beobachtung unbedenklich der Zeit proportional annehmen kann, so wird dennoch in manchen Fällen die Veränderung der Distanz und des Positionswinkels nicht so beschaffen seyn, wir müssen daher die desshalb nothwendige Correction berechnen können.

Seyn  $\tau', \tau'', \tau''', \text{ etc.}$  die beobachteten Zeiten, . . . .  

$$\frac{\tau' + \tau'' + \tau''' + \dots + \tau^{(n)}}{n} = \tau \text{ und } \tau' - \tau = t', \tau'' - \tau = t'', \tau''' - \tau = t''', \text{ etc.}$$

ferner  $e'$  und  $D$  der Positionswinkel und die Distanz welche für die Zeit  $\tau$  statt finden, und  $c'$  und  $c''$  die eigene Bewegung des Sterns, oder wenn beide solche sind die Differenz dieser, in grader Aufsteigung und Polardistanz während der angenommenen Zeiteinheit. Nun giebt das *Taylorsche* Theorem

$$s' = e' + \frac{de'}{d\alpha} c' t' + \frac{de'}{dp} c'' t' + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d\alpha^2} c'^2 t'^2 + \frac{d^2 e'}{d\alpha dp} c' c'' t'^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{dp^2} c''^2 t'^2 + \text{etc.}$$

$$s'' = e' + \frac{de'}{d\alpha} c' t'' + \frac{de'}{dp} c'' t'' + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d\alpha^2} c'^2 t''^2 + \frac{d^2 e'}{d\alpha dp} c' c'' t''^2 \\ + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{dp^2} c''^2 t''^2 + \text{etc.}$$

- - - - -  
 - - - - -



$$\varepsilon^{(n)} = e' + \frac{d e'}{d \alpha} c' t^{(n)} + \frac{d e'}{d p} c'' t^{(n)} + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d \alpha^2} c'^2 t^{(n)2} + \frac{d^2 e'}{d \alpha d p} c' c'' t^{(n)2} \\ + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d p^2} c''^2 t^{(n)2} + \text{etc.}$$

Hieraus bekommt man mit Rücksicht auf die obigen Werthe von  $\tau'$ ,  $\tau''$ ,  $\tau'''$ , etc.

$$e' = \frac{\varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \dots + \varepsilon^{(n)}}{n} - \left( \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d \alpha^2} c'^2 + \frac{d^2 e'}{d \alpha d p} c' c'' + \frac{1}{2} \frac{d^2 e'}{d p^2} c''^2 \right) \frac{\Sigma. t^2}{n}$$

wenn  $\Sigma. t^2 = t'^2 + t''^2 + t'''^2 + \dots + t^{(n)2}$ .

Für die Distanz ergibt sich auf die nemliche Art

$$D = \frac{S'' - S'}{n} - \left( \frac{1}{2} \frac{d^2 D}{d \alpha^2} c'^2 + \frac{d^2 D}{d \alpha d p} c' c'' + \frac{1}{2} \frac{d^2 D}{d p^2} c''^2 \right) \frac{\Sigma. t^2}{n}$$

Die hier vorkommenden Differentialquotienten finden sich aus den Gleichungen

$$\frac{\alpha - \alpha'}{p - p'} \sin p = \operatorname{tg} e' \text{ und } D^2 = (\alpha - \alpha')^2 \sin^2 p + (p - p')^2,$$

mit Rücksicht darauf dass  $p - p' = D \cos e'$  und  $(\alpha - \alpha') \sin p = D \sin e'$ . In der Annahme dass  $\sin p$  constant sey, welche hier erlaubt ist, bekommt man

$$\frac{d^2 e'}{d \alpha^2} = -2 \frac{\sin e' \cos e' \sin^2 p}{D^2}, \quad \frac{d^2 e'}{d p^2} = 2 \frac{\sin e' \cos e'}{D^2}, \\ \frac{d^2 e'}{d \alpha d p} = 2 \frac{\sin^2 e' \sin p}{D^2} - \frac{\sin p}{D^2}; \quad \frac{d^2 D}{d \alpha^2} = \frac{\cos^2 e' \sin^2 p}{D}, \\ \frac{d^2 D}{d p^2} = \frac{\sin^2 e'}{D}, \quad \frac{d^2 D}{d \alpha d p} = -\frac{\sin e' \cos e' \sin p}{D},$$

und nach der Substitution dieser, indem man zugleich setzt

$$e' \sin p = c \sin \gamma \\ c'' = c \cos \gamma$$

hat man mittelst einer leichten Reduction

$$e' = \frac{\varepsilon' + \varepsilon'' + \dots + \varepsilon^{(n)}}{n} - \frac{\sin(e' - \gamma) \cos(e' - \gamma)}{D^2} c^2 \frac{\Sigma. t^2}{n} \\ D = \frac{S'' - S'}{n} - \frac{1}{2} \frac{\sin^2(e' - \gamma)}{D} c^2 \frac{\Sigma. t^2}{n}$$



oder statt der zweiten dieser

$$\log D = \log \frac{S'' - S'}{n} - \frac{m}{2} \frac{\sin^2(e' - \gamma)}{D^2} c^2 \frac{\Sigma t^2}{n}$$

wenn  $m$  den Modul der Logarithmen bedeutet.

Nimmt man für die Einheit der Zeit Zeitsecunden, und für  $c'$  und  $c''$  die 24stündigen Bewegungen in Bogenminuten an, so müssen die letzten Glieder resp. mit den constanten Factoren  $\frac{60.206265''}{(86400'')^2 R^2}$ ,  $\frac{60^2}{(86400'')^2 R^2}$  und  $\frac{100000.60^2}{(86400'')^2 R^2}$  multiplicirt werden, um für  $e'$  Minuten, für  $D$  Revolutionen der Micrometerschraube und für  $\log D$  Einheiten der fünften Decimalstelle zu geben. Etwas einfacher ist die Rechnung wenn man, nachdem

$$\log D = \log \frac{S'' - S'}{n} + w$$

$$e' = \frac{\varepsilon' + \varepsilon'' + \dots + \varepsilon^{(n)}}{n} + w'$$

gesetzt ist,  $w$  und  $w'$  nach folgenden Ausdrücken rechnet

$$w = K \frac{\sin^2(e' - \gamma)}{D^2} c^2 \frac{\Sigma t^2}{n}$$

$$w' = w K' \cotg(e' - \gamma)$$

Hier ist, mit Beibehaltung der vorhin genannten Einheiten

$$K = -\frac{m}{2} \cdot \frac{100000.60^2}{(86400'')^2 R^2} \text{ und } K' = \frac{2}{m} \cdot \frac{206265''}{100000.60} \text{ und}$$

für Briggsche Logarithmen

$$\log K = 8,0200_n - 10 - 2 \log R$$

$$\log K' = 9,1995 - 10$$

#### 44.

Die Gröfse  $R$ , oder den sogenannten Werth der Scale zu finden, gab es bisher mehrere Methoden. Zu diesen gesellt sich eine neue, seitdem Herr Hofrath GAUSS die bekannte schöne Entdeckung machte, welche er zuerst auf die Bestimmung der Fadenabstände im Mittagsfernrohr anwandte. Es kann keinem



Zweifel unterworfen seyn, dass es das Beste ist, dieses Prinzip auch hier anzuwenden. Dies lässt sich auf mehrere Arten bewerkstelligen. Ein Verfahren welches ich angewandt habe, und welches auf den Inhalt des folgenden Artikels Bezug hat ist folgendes. Man stelle den Schieber welcher mit dem eingetheilten Schraubenkopfe versehen ist in die Nähe der einen Extremität der Verschiebung auf eine bestimmte Zahl, den andern Schieber auf ungefähr die Mitte der Verschiebung und den Ocularschieber auf irgend eine willkürliche Zahl. Hierauf messe man mit einem dazu dienlichen Instrumente den Winkel zwischen den, durch die beiden Objectivhälften erzeugten, zwei Bildern eines der im Heliumeter befindlichen Fäden. Dieselbe Operation nehme man noch einmal vor, nachdem man den erstgenannten Schieber nahe der andern Extremität auf eine bestimmte Zahl hingeführt, auch den Ocularschieber verändert hat, während man aber den zweiten Objectivschieber unverändert lässt.

Seyn für die erste Messung  $S'$  die Ablesung an der Micrometerschraube,  $S''$  die am zweiten Objectivschieber,  $S$  die am Ocularschieber und  $a$  der gemessene Winkel. Werden nun zwei Winkel  $b$  und  $c$  so angenommen dass

$$b + c = a \dots\dots\dots (a)$$

und

$$(S'' - S) \operatorname{tg} b = (S - S') \operatorname{tg} c$$

so ergibt sich durch die Fundamentalgleichungen des Art. 32, wenn übrigens beide Positionskreise auf gleichen Winkel gestellt waren, strenge

$$\left. \begin{aligned} (S - S') R &\doteq 206265'' \operatorname{tg} b \\ (S'' - S) R &= 206265 \operatorname{tg} c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (b)$$

Eliminirt man zwischen diesen beiden Gleichungen und der Gleichung (a) die Winkel  $b$  und  $c$ , so bekommt man für  $R$  eine quadratische Gleichung, deren Ergebniss ist

$$\frac{R}{206265''} = - \frac{(S'' - S') - \sqrt{(S'' - S')^2 + 4(S - S')(S'' - S) \operatorname{tg}^2 a}}{2(S - S')(S'' - S) \operatorname{tg} a}$$



Da man aber am zweiten Objectivschieber nicht mit hinreichender Genauigkeit ablesen kann, so muss man, wie bereits oben gesagt ist, eine zweite Messung vornehmen, bei welcher dieser Schieber unverrückt an seiner Stelle geblieben ist. Seyn bei dieser der Stand des ersten Objectivschiebers  $S'''$ , der des Ocularschiebers  $S$ , und der gefundene Winkel  $\alpha'$  so wird man für  $R$  eine ähnliche Gleichung wie früher bekommen. Aber man kann die Messungen stets so einrichten, dass man, so nahe wie das Instrument es geben kann, hat

$$S''' - S'' = S'' - S' \text{ und } S'' - S = S, - S''$$

alsdann werden wir in der obigen Gleichung statt  $a$  schreiben können  $\frac{1}{2}(a + a')$  und statt  $S'' - S'$ ,  $\frac{1}{2}(S''' - S')$ , wir haben daher mit Sicherheit

$$\frac{R}{206265''} = \frac{(S''' - S') - \sqrt{(S''' - S')^2 + 16(S - S')(S'' - S) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(a + a')}}{4(S - S')(S'' - S) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + a')}$$

Dieser Ausdruck lässt sich auf bekannte Art für die Rechnung bequemer machen:

a) Wenn  $S - S'$  und  $S'' - S$  gleiche Zeichen haben.

$$\text{Sey } \operatorname{tg} \alpha = 4 \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + a')}{S''' - S'} \sqrt{(S - S')(S'' - S)}$$

so ist

$$R = 206265'' \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha}{\sqrt{(S - S')(S'' - S)}}$$

b) Wenn  $S - S'$  und  $S'' - S$  entgegengesetzte Zeichen haben.

$$\text{Sey } \sin \alpha' = 4 \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + a')}{S''' - S'} \sqrt{(S - S')(S - S'')}$$

so ist

$$R = 206265'' \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha'}{\sqrt{(S - S')(S - S'')}}$$

Für einige specielle Fälle werden die obigen Ausdrücke einfacher, ist z. B. ausser den obigen Bedingungen noch  $S = \frac{1}{2}(S' + S'')$  so ergibt sich



$$R = 4.206265'' \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a+a')}{S''' - S'}$$

ist  $S = S_1 = S''$  so bekommt man

$$R = 2.206265'' \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a+a')}{S''' - S'}$$

Es ist noch nothwendig zu bemerken, dass die Schraubengänge allenthalben einen und denselben Werth haben, oder gleichförmig seyn müssen. Freilich ist, wenn man die Art wie eine solche Schraube verfertigt wird näher betrachtet, wenig Wahrscheinlichkeit da dass dieses nicht stattfinden sollte, allein da man diesen Punct leicht untersuchen kann, so wird es nie überflüssig seyn es zu thun. Man spanne zwei nahe parallele Fäden in ein Fernrohr, und messe mit dem Heliometer deren Abstand durch Wiederholung längs der ganzen Scale: liest man bei jeder zweiten Messung die Micrometerschraube ab, so werden die so erhaltenen Werthe des Winkels über die Gleichförmigkeit der Schraube die gewünschte Aufklärung geben können.

#### 45.

Wie bekannt, vereinigt ein Objectiv auch selbst wenn es achromatisch und möglichst gut eingerichtet ist, alle Lichtstrahlen die von einem Puncte ausgehen nicht wieder in einen Punct, es macht daher von einem Gegenstande nicht ein Bild, sondern eigentlich unendlich viele. Wenn der Gegenstand in der Achse des Objectivs liegt, so sind die Bilder alle um diese symmetrisch vertheilt und das Auge wird daher nothwendig dasjenige Bild, welches es einzig zu sehen glaubt, in dieser Achse sehen, oder der Gegenstand wird in der Richtung des Strahls erscheinen welcher ungebrochen durch das Glas geht. Liegt der Gegenstand ausser der Achse des Objectivs so giebt es in dem Raume in dem die Bilder alle liegen keinen Punct in Beziehung auf welchen sie symmetrisch lägen, es lässt sich daher *a priori* der Orts des Bildes welches das Auge wahrnimmt, nicht mit der Bestimmtheit



angeben, wie in dem vorher genannten Falle. Nur so viel lässt sich darüber sagen, dass der Ort wo man das Bild sieht dem Punkte nahe liegen muss, indem die grösste Anzahl von Bildern zusammengedrängt ist, denn dass es nicht dieser Punkt selbst seyn wird, lässt sich daraus abnehmen dass die Bilder je nachdem sie durch Lichtstrahlen erzeugt werden, die von der Mitte oder vom Rande des Glases kommen, verschiedene Helligkeit haben können; auch mag das Auge hier wie in manchen andern Fällen vielleicht kleinen Eigenheiten folgen. Eine Berechnung der Lage der Bilder aus den Dimensionen des Objectivs kann also nichts fruchten.

Wenn der Gegenstand der Achse des Glases nahe liegt, oder mit andern Worten, wenn der Schwinkel klein ist, so kann man mit grosser Sicherheit annehmen, dass man das Bild in der Fortsetzung desjenigen Strahls sieht, welcher mit den einfallenden parallel ist. In dieser Voraussetzung ist, mit Rücksicht auf die Dicke des Glases, das Bild dem Objecte proportional, und die gegebenen Reductionsformeln bedürfen keiner Aenderung; es ist blos zu bemerken dass die Brennweite oder  $l$ , welche sich aus dem, nach dem vorhergehenden Artikel gefundenen Werthe von  $R$  ergiebt, nicht genau in Theilen der Scale der Verschiebung ausgedrückt seyn wird. Anders verhält sich aber die Sache, wenn die Schwinkel welche beim Gebrauche des Heliometers vorkommen können grösser sind, als dass die eben gemachte Annahme statthaft wäre; es wird in diesem Falle die Grösse  $l$  und also auch  $R$ , nicht mehr constant seyn. Wie nun auch letztere Grösse zusammen gesetzt seyn mag, so wird man sie doch stets in eine unendliche Reihe, welche nach den Potenzen des Schwinkels, oder auch nach den Potenzen der Tangente desselben geordnet ist auflösen, und demnach setzen können

$$R = R' + eR_1 + e^2 R'' + \text{etc.}$$

wenn  $e$  die Tangente des Schwinkels ist. Aber für entgegen-



gesetzte Lagen dieses Winkels muss bei übrigen gleichen Werthen desselben  $R$  nothwendig einen und denselben Werth haben; wir können daher folgern dass die Coefficienten der ungeraden Potenzen von  $e$  Null seyn müssen, und also annehmen

$$R = R' + e^2 R'' + \text{etc.}$$

Können wir nun gleich nicht *a priori* die Werthe der Grössen  $R'$  und  $R''$  angeben, so lassen sie sich doch *a posteriori* leicht finden, und die Bestimmung derselben sich mit der Auffindung von  $R$  zugleich abmachen.

Man wird nemlich durch das Objectiv das Bild des Fadens unter dem nemlichen Winkel mit der Achse des Objectivs erblicken, wie umgekehrt durch das Ocular einen Gegenstand, wenn in beiden Fällen der Sehwinkel derselbe war; man hat also eigentlich statt der Gleichungen (b) des vorigen Art. die folgenden

$$(S - S') R' + (S - S')^3 R'' = 206265'' \operatorname{tg} b$$

$$(S'' - S) R' + (S'' - S)^3 R'' = 206265'' \operatorname{tg} c$$

weil  $S - S'$  etc. den Tangenten der Sehwinkel proportional sind. Unterwirft man diese statt der Gleichungen (b) der a. a. O. ausgeführten Rechnung, so wird man finden, dass man, wenn das Quadrat von  $R''$  und das Product dieser Grösse mit  $R'$  vernachlässigt wird, durch die gegebene Methode die Grösse

$$R' + 2 \frac{(S - S')^3 + (S'' - S)^3}{S''' - S'} R''$$

bestimmt hat. Wiederholt man daher die Messungen mit der Veränderung, dass man den Ocularschieber auf andere Puncte stellt, hingegen den Objectivschieber auf den Puncten  $S'$ ,  $S''$  und  $S'''$  resp. stehen lässt, so wird man eine Anzahl Gleichungen bekommen in welchen die Coefficienten von  $R''$  verschieden sind, und durch welche sich also  $R'$  und  $R''$  finden lassen. Man bekommt auf diese Art, wie sichtbar ist,  $R''$  unabhängig von jedem fremdartigen Elemente, als z. B. Unregelmässigkeiten der Schraube etc.



Sind daher  $S, s, s'$  etc. die Punkte auf welchen der Ocularschieber, während der verschiedenen Messungen, bei welchen die Objectivschieber auf die Punkte  $S'$  und  $S''$  standen, gezeigt hat, und hat man aus diesen in Verbindung mit den dazu correspondirenden, wo die Objectivschieber  $S'''$  und  $S'''$  zeigen, nach Vorschrift des vorigen Art. für  $R$  die Werthe  $R, R'', R'''$  etc. gefunden, so sind nach dem Vorhergehenden

$$R_1 = R' + 2 \frac{(S-S')^3 + (S''-S)^3}{S'''-S'} R''$$

$$R_{II} = R' + 2 \frac{(s-S')^3 + (S''-s)^3}{S'''-S'} R''$$

$$R_{III} = R' + 2 \frac{(s'-S')^3 + (S''-s')^3}{S'''-S'} R''$$

etc.

etc.

die Gleichungen aus welchen man  $R'$  und  $R''$  findet.

Es ist für die Anwendung dieser Methode noch eine Bemerkung zu machen übrig. — Um durch das Objectiv den Faden eben so zu sehen wie durch das Ocular ein Object welches unter gleichem Schwinkel steht, ist es nothwendig dass das Auge von der ganzen Fläche des Objectivs Lichtstrahlen zugesendet bekomme. Das Objectiv des Fernrohrs am Instrumente mit dem man die Messungen vornimmt, muss also strenge genommen grösser seyn, als das Objectiv des Heliometers, man hat indess keinen merklichen Fehler zu befürchten, wenn auch ein Weniges von der Objectivfläche des Heliometers dem Auge verloren geht, und kann daher ohne Bedenken ein Messinstrument anwenden, dessen Objectiv eben so gross ist wie das des Heliometers, wenn man nur die Vorsicht gebraucht die Objective beider Instrumente so nahe als möglich an einander zu bringen, in welchem Falle, wie leicht einzusehen ist, das Auge von einem möglichst grossen Theil des Heliometerobjectivs Strahlen bekommt.



### Dritter Abschnitt.

Cometenbeobachtungen mit dem *Fraunhofer'schen* Heliometer der *ERNESTINI'schen* Sternwarte Seeberg  
angestellt.

---

46.

Die nachfolgenden Cometenbeobachtungen sind alle welche die Umstände mir gestattet haben zu bekommen. Es finden sich nicht alle Cometen darin, die in dem Zeitraume, den die Beobachtungen umfassen erschienen sind, ungünstige Witterung hat mehrere meinen Blicken gänzlich entzogen. Ausser diesem habe ich mit dem Heliometer eine Reihe von Elongationen der Jupiter-satelliten zu beobachten angefangen um daraus die Masse dieses Planeten abzuleiten; sobald sie einigermaßen vollständig ist, werde ich mit der Bekanntmachung derselben nicht anstehen.

Ueber die Art wie die Beobachtungen gestellt sind, habe ich folgendes zu bemerken. Die ersten beiden Columnen jeder Seite enthalten die Zeit der Beobachtung. Um diese auf Sternzeit oder mittlere Zeit zu bringen, je nachdem die angewandte Uhr nach der einen oder anderen regulirt war, ist in der letzten Columnne die nöthige Correction auf das Mittel aus allen Zeiten jedes Tages sich beziehend angeführt, und dabei die Art der Zeit genannt auf welche sie sich bezieht; den Gang braucht man nicht zu kennen wenn man das Mittel aus allen Beobachtungen eines Tages anwendet; übrigens war er für alle gebrauchten Uhren so klein dass er stets von der ersten zur letzten Beobachtung völlig unmerklich ist. Die dritte und nachher auch die vierte Columnne geben den Positionswinkel am Kreise des Objectivs, hierauf fol-



gen die Ablesungen am Schieber des Objectivs und dann die am Schieber des Oculars. Der am Kreise des Oculars eingestellte Positionswinkel findet sich in der letzten Columnne unter der Bezeichnung . . *e*, wenn nichts dabei bemerkt ist, so ist er für alle Beobachtungen derselbe, und eben dies gilt auch für alle andern Angaben dieser Columnne. Diese letzte Columnne enthält ausser dem bereits Angeführten die Bezeichnung der Vergleichungssterne; diese sind entweder aus den *Bessel'schen* Zonenbeobachtungen, dem *Piazzischen* Cataloge oder der *Histoire céleste* genommen und auf die gewöhnliche Art bezeichnet, oder ich habe sie selbst am Heliometer oder am Meridiankreise bestimmt, im ersten Falle folgen die Beobachtungen selbst bei, und im letztern Falle ist die mittlere gefundene Position für beigesetzte Zeit angegeben. Es befinden sich ferner in derselben Columnne die Ablesungen an den Stunden- und Declinationskreise unter den Bezeichnungen *t* und *p*, erstere ist gewöhnlich für zwei dabei genannte Einstellungen abgelesen, in Verbindung mit den Beobachtungszeiten findet man leicht daraus den jeder Einstellung zukommenden Stundenwinkel, wenn dies nöthig ist. Die Ziffern auf der Theilung des Stundenkreises sind, wie schon angemerkt ist, Stunden, die Unterabtheilungen sind aber Bogentheile; ich habe dies unverändert angegeben. In der ersten Zeit habe ich den Stundenkreis nicht abgelesen; für die Refractionsverbesserung lässt dieser sich natürlich aus den Beobachtungszeiten und dem bekannten Orte des Vergleichungssterns, obgleich dies ein wenig mehr umständlich ist, finden. Den Declinationskreis habe ich in der ersten Zeit oberflächlich abgelesen, eigentlich nur um den Quadranten in welchem er zeigte, anzugeben. Dieses dient in Verbindung mit der Lage der Sterne in Beziehung auf die Micrometerschrauben, wie in Art. 41 gezeigt ist, um über die algebraischen Zeichen der Rectascensions- und Declinationsdifferenz zu entscheiden. Die Lage der Sterne ist unter dem Titel "Schr:" in derselben Columnne angegeben; das neben jenen



Buchstaben angeführte Gestirn ist nemlich dasjenige welches scheinbar den Micrometerschrauben am nächsten stand, und welchem also nach Art. 41 die mit einem Accente bezeichneten Gröſsen zukommt. Endlich ist noch der Stand des Barometers und Thermometers angegeben, jenes in Millimetern dieses in Fahrenheitschen Graden.

## 47.

Die drei Columnen welche noch zu erklären übrig sind, sind aus den vorhergehenden berechnet. Je zwei Zeilen dieser machen nemlich eine für sich bestehende Beobachtung aus, welches allemal eine zweifache Multiplication ist. Die erste mit "Positionswinkel im Mittel" überschriebene Columnne enthält das Mittel aus den beiden vorstehenden Ablesungen am Positionskreise des Objectivs, die zweite unter der Ueberschrift "Distanz im Mittel" giebt die halbe Differenz der Ablesungen der Objectivschieber, oder die Distanz der beiden Gestirne an, die dritte Columnne welche mit  $U$  bezeichnet ist, enthält das Argument des Winkels  $u$ , nach Art. 40 oder die Gröſse  $\frac{1}{2}(S'' + S') - S$ . Man wird finden dass gröſtentheils der Schieber zu Anfang einer Beobachtung dieselbe Zahl angiebt wie zu Ende der vorhergehenden, also dass ich den Schieber welcher den eingetheilten Schraubenkopf trägt unverrückt gelassen habe, es sind aber demungeachtet die Beobachtungen von einander völlig unabhängig, denn es ist jedesmal der zweite Schieber so wie der Positionskreis verstellt und wieder umgestellt worden; der Fehler der Ablesung am Schieber den beide Beobachtungen mit einander gemein haben ist für Null zu rechnen.

## 48.

Ein etwas verändertes Verfahren die Beobachtungen anzustellen, welches minder zeitraubend ist, ist folgendes. Nachdem man einmal die Bilder der beiden Sterne in Coincidenz ge-



bracht hat, führe man nicht den Schieber an welchem die Ablesung geschehen muss auf die entgegengesetzte Seite des zweiten, sondern verstelle ihn, so wie den Positionskreis ein wenig, stelle beides wieder ein und lese wieder ab. Erst nachdem man dieses Verfahren nach Belieben mehrmals wiederholt hat, führe man den Schieber auf die entgegengesetzte Seite des zweiten und verfare dort eben so. Da ich diese Methode noch nicht bei Cometen angewandt habe, so kann ich sie hier durch kein Beispiel erläutern, ich bemerke nur dass, während bei zweifach auf die früher beschriebene Art multiplicirten Beobachtungen die in dem Art. 43 vorgetragene Correction wegen ungleichförmiger Veränderung der Distanz und des Positionswinkels, grösstentheils unmerklich ist, diese hier häufiger zu einer merklichen Grösse anwachsen kann.

## 49.

Für die Excentricität der Theilungen habe ich durch die in Art. 28 beschriebene Vorrichtung folgende Beobachtungen bekommen:

## a) Am Stundenkreise.

| <u>Index</u> | <u>Nonius</u> | <u>Index</u> | <u>Nonius</u> |
|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 0°           | 175° 5' 57"   | 180°         | 355° 1' 10"   |
| 20           | 195 6 33      | 200          | 15 0 20       |
| 40           | 7 0           | 220          | 0 10          |
| 60           | 7 30          | 240          | 0 20          |
| 80           | 6 47          | 260          | 0 13          |
| 100          | 5 10          | 280          | 0 57          |
| 120          | 3 47          | 300          | 2 13          |
| 140          | 3 3           | 320          | 3 23          |
| 160          | 2 37          | 340          | 4 33          |

Jedes Resultat ist das Mittel aus drei Einstellungen, wovon eine an dem angeführten Theilstriche, eine an dem vorhergehenden und eine an dem nachfolgenden gemacht ist. Es ergiebt sich hieraus

$h = -1',181$ ,  $k = -1',337$ , das Gewicht jeder dieser Grössen = 36.



Die Summe der Fehlerquadrate ist  $= 1',54$  und hieraus der mittlere zu befürchtende Fehler \*) einer der Bestimmungen welche die eine Seite der Gleichungen ausmachen  $= 0',321$  und wenn man das Verhältniss der Genauigkeit einer Einstellung des Index zu der einer Ablesung am Nonius wie  $1 : g$  setzt, der mittlere zu befürchtende Fehler einer Ablesung

$$= \frac{0',556}{\sqrt{(1+g^2)}}$$

also wenn man  $g = 1$  setzt, dieser Fehler

$$= 0',393$$

es ist indess zu vermuthen dass man genauer den Nonius ablesen als den Index einstellen kann, und dass daher der Ablesungsfehler kleiner als das Angeführte ist.

Aus  $h$  und  $k$  haben wir ferner

$$\varepsilon = 1',78 \quad e = 221^\circ 28'$$

und den mittleren zu befürchtenden Fehler der mit diesen Datis berechneten Verbesserung einer Ablesung  $= 0',054$ .

Es ist zu bemerken, dass man bei der Berechnung einer Correction für diesen Kreis zum Stundenwinkel  $180^\circ$  addiren muss, wenn der Declinationskreis im dritten oder vierten Quadranten gezeigt hat.

b) Am Declinationskreise:

| <u>Index</u> | <u>Nonius</u> | <u>Index</u> | <u>Nonius</u> |
|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 0°           | 179° 55' 13"  | 180°         | 359° 55' 23"  |
| 20           | 199 54 40     | 200          | 19 55 37      |
| 40           | 53 13         | 220          | 55 57         |
| 60           | 53 7          | 240          | 56 30         |
| 80           | 53 10         | 260          | 56 13         |
| 100          | 53 50         | 280          | 56 3          |
| 120          | 53 50         | 300          | 55 30         |
| 140          | 54 13         | 320          | 55 3          |
| 160          | 54 53         | 340          | 55 0          |

\*) Im Sinne der *Gaüssi'schen* Abhandlung: "*Theoria combinationis observationum etc.*"



Eben so wie früher besteht auch hier jedes Resultat aus drei Beobachtungen. Es ergibt sich

$$h = - 0',173, k = - 0',671$$

und das Gewicht jeder = 36.

Die Summe der Fehlerquadrate ist = 1',70 und also der mittl. z. bef. Fehler einer Bestimmung = 0',336, ferner der m. z. bef. Fehler eine Ablesung des Nonius

$$= \frac{0',582}{\sqrt{(1+g^2)}}$$

und wenn man  $g = 1$  setzt, diesen

$$= 0',412.$$

Bei Abend kann man indess an diesem Kreise nicht so genau ablesen wie bei Tage.

Aus  $h$  und  $k$  findet sich

$$\varepsilon' = 0',69 \quad \sigma' = 194^\circ 28'$$

und der m. z. b. Fehler einer mit diesen Datis berechneten Verbesserung = 0',056. \*)

## 50.

Um den Werth der Schraubengänge oder  $R$  zu bestimmen, habe ich mit dem Meridiankreise auf die Art, welche in dem Art. 44 dargestellt ist, die folgenden Beobachtungen erhalten:

---

\*) Die Verbesserung einer Ablesung ist nach Art. 28  $h \cos a + k \sin a$ , es ist also das Gewicht dieser

$$= \frac{\gamma \gamma'}{\gamma \sin^2 a + \gamma' \cos^2 a}$$

wenn  $\gamma$  das Gewicht von  $h$  und  $\gamma'$  das von  $k$  bedeutet. Ist  $\gamma = \gamma'$  so ergibt sich jenes Gewicht hieraus =  $\gamma$  und daher in unserm Falle der m. z. b. Fehler

$$= \frac{0',336}{\sqrt{36}} = \frac{0',336}{6}.$$



$$S' = 5, R_{000}, S'' = 65^R$$

$$S''' = 125, R_{000}, S'' = 65^R$$

| $S$    | $a$        | $S_1$  | $a'$       |
|--------|------------|--------|------------|
| $35^R$ | 56' 59,"25 | $95^R$ | 57' 41,"34 |
| 55     | 58, 92     | 75     | 40, 90     |
| 65     | 59, 87     | 65     | 42, 13     |
| 75     | 58, 44     | 55     | 41, 55     |
| 85     | 58, 24     | 45     | 43, 04     |
| 95     | 58, 47     | 35     | 41, 92     |
| 105    | 59, 71     | 25     | 42, 71     |

aus diesen ergibt sich durch je zwei die in eine Zeile stehen nach den Formeln des Art. 44

$$\begin{aligned} R &= 57,"34001 \\ &= 57, 33491 \\ &= 57, 35530 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= 57,"34107 \\ &= 57, 35639 \\ &= 57, 35385 \\ &= 57, 37659 \end{aligned}$$

Setzt man nun nach Art. 45,  $R = R' + e^2 R''$  und nimmt in den Coefficienten von  $R''$  10 Revolutionen als Einheit an, so ergeben sich für die Bestimmung dieser beiden Gröſsen die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} + 0,"00001 &= \delta R' + 0,9 R'' \\ - 0, 00509 &= \delta R' + 2,1 R'' \\ + 0, 01530 &= \delta R' + 3,6 R'' \\ + 0, 00107 &= \delta R' + 5,7 R'' \\ + 0, 01639 &= \delta R' + 8,4 R'' \\ + 0, 01385 &= \delta R' + 11,7 R'' \\ + 0, 03659 &= \delta R' + 15,6 R'' \end{aligned}$$

nachdem man

$$R' = 57,"34 + \delta R'$$

gesetzt hat. Durch die Auflösung dieser Gleichungen mittelst der Methode der kleinsten Quadrate erhält man

$$\delta R' = - 0,"004174 \text{ Gewicht} = 2,4056$$

$$R'' = + 0, 0022361 \text{ Gewicht} = 421,05$$

$$\text{also } R' = 57,"335826.$$

Die Summe der Fehlerquadrate ist  $= 0,000329$  und daher der m. z. b. Fehler einer der Gleichungen  $= 0,"00811$ , ferner



für  $R'$  der m. z. b. Fehler = 0,"00523

für  $R''$  derselbe . . . . = 0,"000395

Da der mittlere Fehler von  $R''$  nur ungefähr Ein Sechstheil dieser Gröfse ist, so kann an der Existenz dieser Anomalie, obgleich sie sehr klein ist, bei dem Seeberger Heliometer nicht gezweifelt werden.

Zur Bequemlichkeit der Anwendung habe ich folgende Tafel für die Logarithmen von  $R$  entworfen; sie gilt in dem Falle, dass der Ocularschieber während der Beobachtung auf das arithmetische Mittel aus den Angaben der Objectivschieber gestellt war.

| <u><math>D.</math></u> | <u><math>\log R</math></u> |
|------------------------|----------------------------|
| 0 <sup>R</sup>         | 1. 758426                  |
| 20                     | 1. 758428                  |
| 40                     | 1. 758433                  |
| 60                     | 1. 758441                  |
| 80                     | 1. 758453                  |
| 100                    | 1. 758468                  |
| 110                    | 1. 758477                  |
| 120                    | 1. 758487                  |
| 130                    | 1. 758498                  |

Man bekommt aus diesen Werthen durch Division mit 206265" den Werth von  $\frac{l}{L}$  (Art. 31 u. f.) wenn man diesen brauchen will.

Um die Gleichförmigkeit der Micrometerschraube zu untersuchen habe ich, wie in Art. 44 vorgetragen ist, den Winkel zwischen zwei in dem Brennpuncte eines Fernrohrs eingespannte Spinnefäden gemessen. Die Ablesungen waren folgende: 7,265; 21,689; 36,107; 50,534; 64,950; 79,375; 93,790; 108,225; 122,651; während den Messungen wurde der Ocularschieber jedesmal auf das arithmetische Mittel aus den Angaben beider Objectivschieber gestellt. Es folgt also aus diesen der doppelte Abstand der Fäden in Revolutionen der Schraube: 14,426; 14,435; 14,415; 14,425; 14,416; 14,427; 14,418; 14,424, woraus sich ergiebt, dass keine merkliche Abweichung von der Gleichförmigkeit bei der Schraube des hiesigen Heliometers statt findet.



## 51.

Die übrigen Correctionen des Heliometers sind für die beifolgenden Beobachtungen folgende:

|                             | Winkel<br>der beid.<br>Achsen | Optische<br>Achse | Coll. des<br>Decl. Kr. | Coll. des<br>St. Kr. | Coll. des<br>Pos. Kr. |
|-----------------------------|-------------------------------|-------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
|                             | $i$                           | $o$               | $c$                    | $c'$                 | $c''$                 |
| Von 1825 Sept. 12 - Oct. 12 | + 0,7                         | + 0,4             | + 0,1                  | - 0,8                | - 9,4                 |
| Von 1826 Apr. 29 - Mai 14   | + 0,7                         | - 0,5             | - 2,2                  | - 1,0                | - 2,0                 |
| Von 1826 Sept. 17 - Oct. 17 | + 0,5                         | - 0,4             | - 2,7                  | + 0,4                | - 2,0                 |

Um das in den Art. 16 und 17 Vorgetragene durch ein Beispiel zu erläutern, füge ich die Beobachtungen und die Rechnung bei, welche die zweite Reihe dieser Berichtigungen gegeben haben. Im Mittel aus dreien sind für diese bei den, nach Vorschrift der genannten Artt. gemachten Einstellungen auf einen terrestrischen Gegenstand die

| Angaben<br>des St. Kr. |                |                |                  | Angaben<br>des Decl. Kr. |     |     |
|------------------------|----------------|----------------|------------------|--------------------------|-----|-----|
| 0 <sup>h</sup>         | 0 <sup>m</sup> | 0 <sup>s</sup> | 47 <sup>''</sup> | 230°                     | 36' | 7'' |
| 0                      | 0              | 5              | 37               | 129                      | 28  | 0   |
| 12                     | 0              | 5              | 27               | 310                      | 0   | 37  |
| 12                     | 0              | 3              | 20               | 50                       | 3   | 53  |
| 5 13 43 43 }           |                |                |                  | 270                      |     |     |
| 18 1 17 13 }           |                |                |                  |                          |     |     |

Die Entfernung des Gegenstandes ist so groß dass die in Art. 20 berechnete Parallaxe Null ist. In Folge der Bemerkung des Art. 28 haben wir nicht nöthig diese Angaben durch die Excentricität der Theilungen zu verbessern, das Einzige was zu thun ist, beschränkt sich darauf am Ende der Rechnung zu  $i$  die Gröfse  $a \sin (e + T') \operatorname{tg} \pi$  zu addiren. Nach Art. 16 haben wir nun

$$\begin{array}{rcl}
 P & = & 50^{\circ} 3' 53'' \\
 P' & = & 310 \quad 0 \quad 37 \\
 360^{\circ} - (P' + P) & = & -4' 30'', \\
 c & = & -2 \quad 15
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 P'' & = & 230^{\circ} 36' 7'' \\
 P''' & = & 129 \quad 28 \quad 0 \\
 360^{\circ} - (P''' + P'') & = & -4' 7'' \\
 c & = & -2 \quad 4
 \end{array}$$

Im Mittel  $c = -2' 10''$



Ferner

$$\begin{array}{r} T = 12^h \ 0^\circ \ 3' \ 20'' \\ T' = 12 \ 0 \ 5 \ 27 \\ \hline T' - T = + \ 2' \ 7'' \end{array} \quad \begin{array}{r} T'' = 0^h \ 0^\circ \ 0' \ 47'' \\ T''' = 0 \ 0 \ 5 \ 37 \\ \hline T''' - T'' = + \ 4 \ 50 \end{array}$$

$$\text{also } \frac{1}{4} [(T' - T) + (T''' - T'')] = + \ 1' \ 44''$$

$$\frac{1}{4} [(T' - T) - (T''' - T'')] = - \ 0 \ 41$$

und da  $\pi = 50^\circ 18'$  angenommen werden kann, also  $\operatorname{tg} \pi = 1,205$  und  $\sin \pi = 0,769$  ist,

$$\begin{array}{r} + (1' \ 44'') \operatorname{tg} \pi = + \ 2' \ 5'' \\ 0 \qquad \qquad \qquad = - \ 0 \ 32 \end{array}$$

Nach dem Art. 49 findet sich

$$\varepsilon \sin(e + T') \operatorname{tg} \pi = - \ 1' \ 25''$$

$$\text{also } i = + \ 0' \ 40''$$

Aus der obigen fünften und sechsten Einstellung ergibt sich nach Art. 17 die Collimation des Stundenkreises folgendermassen. Nachdem man die Grösse  $0 \operatorname{cosec} 270^\circ = -0$  addirt hat, bekommt man

$$\begin{array}{r} t = 5^h \ 13^\circ \ 44' \ 15'' \\ t' = 18 \ 1 \ 17 \ 45 \\ \hline 24^h - (t + t') = \quad \quad - \ 2' \ 0'' \\ c' = \quad \quad \quad - \ 1' \ 0'' \end{array}$$

Ich habe in den Zeiten wo ich beobachtet habe, täglich den Stand des Instruments hinsichtlich der Niveau's und des Zeichens untersucht und jedesmal wenn ich Abweichungen fand, diese weggeschafft, aber es bedarf indess doch die Lage der Stundenachse einer von der Excentricität der Theilungen herrührenden Verbesserung, weil ich diese erst nachdem die beifolgenden Beobachtungen angestellt waren, untersucht habe. Die Verbesserung ist sehr klein und kann in den meisten Fällen übergangen werden, um indess nichts an der Genauigkeit zu vergeben füge ich die Elemente dieser Rechnung bei.

Es haben überhaupt für die beifolgenden Beobachtungen zwei Gegenstände als Zeichen gedient, vom jedesmaligen Standpuncte des Heliometers aus ist die Lage des einen



|                             |   |              |
|-----------------------------|---|--------------|
| Stundenwinkel . . .         | = | 261° 17' 50" |
| Polardistanz . . .          | = | 83 12 41     |
| Wink. z. Vert. u. Decl. Kr. | = | 321 28       |
| Zenithdistanz . . .         | = | 90 10        |

die Lage des andern

|                             |   |              |
|-----------------------------|---|--------------|
| Stundenwinkel . . .         | = | 359° 50' 26" |
| Polardistanz . . .          | = | 129 1 2      |
| Wink. z. Vert. u. Decl. Kr. | = | 359 54       |
| Zenithdistanz . . .         | = | 89 57        |

Es wurde von Anfang bis Sept. 29 am ersten eingestellt

|                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| der Stundenkreis auf      | 17 <sup>h</sup> 6° 18' 0" |
| der Declinationskreis auf | 83° 12' 40"               |

von Sept. 30 — Oct. 12 am zweiten

|                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| der Stundenkreis auf      | 23 <sup>h</sup> 14° 50' 30" |
| der Declinationskreis auf | 129° 1' 0"                  |

von 1826 Apr. 29 — Mai 14 am zweiten

|                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| der Stundenkreis auf      | 23 <sup>h</sup> 14° 53' 40" |
| der Declinationskreis auf | 129° 3' 10"                 |

von Sept. 12 — Oct. 17 am ersten

|                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| der Stundenkreis auf      | 17 <sup>h</sup> 6° 17' 30" |
| der Declinationskreis auf | 83° 15' 20"                |

Die Entfernung des Mittelpuncts des Positionskreises vom Hauptpuncte ist am Seeberger Heliometer 0,6 also ganz zu vernachlässigen. — Während dem dass der in Art. 10 erwähnte Nonparallelismus der Schieber statt fand, sind keine Beobachtungen angestellt.

## 52.

Zum Schlusse will ich, um die Anwendung der gegebenen Methode deutlicher zu machen, eine der Beobachtungen als Beispiel reduciren. Ich werde dabei auf alle Correctionen Rücksicht nehmen, obgleich manche derselben in diesem Falle nur höchst unbedeutend auf das Resultat wirken, und daher hätten übergangen werden können. Ich wähle die Beobachtungen von 1826



Oct. 14. Der scheinbare Ort des Vergleichungssterns war für die Beobachtungszeit

$$\begin{array}{l} \text{grade Aufsteigung} \quad 151^{\circ} 43' 55,5 \\ \text{Polardistanz} \quad . \quad . \quad 65 \quad 38 \quad 26,9 \end{array}$$

a) Die Lage der Stundenachse nach Art. 25.

Die Einstellungen am Zeichen sind  $17^h 6' 17'' 30'' \dots 83^{\circ} 15' 20'' \dots$  (s. Art. 51)

Excentricität oder  $\varepsilon \sin(e+a) \dots + 1.29 \dots - 0.40 \dots$  (s. Art. 28 u. 49)

$$\begin{array}{rcl} t' = 261^{\circ} 19,0 & p' = 83^{\circ} 14,7 & \\ c' = +0,4 & c = -2,7 & \\ i \cot g p' = +0,5 \cot g 83^{\circ} & = & +0,1 n' \cos t' = 0,0 \\ 0 \operatorname{cosec} p' = -0,4 \operatorname{cosec} 83 & = & -0,4 \\ n \sec \varphi = 0 \sec 51^{\circ} & = & 0,0 \\ -n' \sin t' \cot g p' = 0 \sin 261^{\circ} \cot g 83 & = & 0,0 \end{array}$$

$$\text{Summe } 261^{\circ} 19,1 \quad \text{Summe } 83^{\circ} 12,0$$

$$t = 261 \quad 17,8 \quad p = 83 \quad 12,7 \dots \text{ (s. Art. 51)}$$

$$g = -1,3 \quad h = +0,7$$

$$\log g \dots 0,114 n$$

$$\log \sin p \dots 9,997$$

$$\log l \sin \lambda \dots 0,111 n$$

$$\log l \cos \lambda \dots 9,845$$

$$\log \operatorname{tg} \lambda \dots 0,266 n$$

$$\log \sin \lambda \dots 9,944 n$$

$$\log l \dots 0,167$$

$$\varepsilon = 321,5 \dots \text{ (s. Art. 51)}$$

$$\lambda = 298,5$$

$$\varepsilon - \lambda = 23,0$$

$$\log l \dots 0,167$$

$$\log \sin(\varepsilon - \lambda) \dots 9,592$$

$$\log \cos \varphi \dots 9,800$$

$$C \log \sin z \dots 0,000 \dots \text{ (s. Art. 51)}$$

$$\log \mu \cos m = \log u \dots 9,559$$

$$\log \operatorname{tg} \varphi \dots 0,091$$

$$\text{Summe} \dots 9,650$$

$$n \sec \varphi = 0,0$$

$$-\mu \cos m \operatorname{tg} \varphi = -0,4$$

$$\gamma = -0,4$$

Da  $n' = 0$  so haben wir  $\mu \sin m = 0$  und  $\mu = u$  also

$$m = 0 \quad \text{und} \quad \mu = +0,4$$



## b) Einfluss der eignen Bewegung nach Art. 43.

Aus einer vorläufigen Ephemeride des Cometen ergab sich die eigene Bewegung in  $24^h$  und in Bogen, nemlich

$$c' = + 161', c'' = - 31'.$$

|                                                                                       |                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $\log c' \dots 2,207$                                                                 | $\log \operatorname{tg} \gamma \dots 0,675n \dots \gamma = 101,9$ |
| $\log \sin p \dots 9,959$                                                             | $\log \sin \gamma \dots 9,990$                                    |
| $\log c \sin \gamma \dots 2,166$                                                      | $\log c \dots 2,176$                                              |
| $\log c \cos \gamma \dots 1,491n$                                                     |                                                                   |
| $e' \dots 242,4 \dots 241,4 \dots 240,6 \dots 239,5$                                  |                                                                   |
| $\gamma \dots 101,9 \dots 101,9 \dots 101,9 \dots 101,9$                              |                                                                   |
| $e' - \gamma \dots 140,5 \dots 139,5 \dots 138,7 \dots 137,6$                         |                                                                   |
| $\tau \dots 3^h 25' 6'' \dots 3^h 34' 30,5'' \dots 3^h 44' 11,5'' \dots 3^h 54' 41''$ |                                                                   |
| $-t' = t'' \dots 3 29 \dots 2 49,5 \dots 2 36,5 \dots 4 28$                           |                                                                   |
| $\log \frac{1}{2} \Sigma t^2 \dots 4,640 \dots 4,458 \dots 4,388 \dots 4,856$         |                                                                   |
| $2 \log c \dots 4,352 \dots 4,352 \dots 4,352 \dots 4,352$                            |                                                                   |
| $2 \log \sin(e' - \gamma) \dots 9,607 \dots 9,625 \dots 9,640 \dots 9,658$            |                                                                   |
| $2 C \log D \dots 7,154 \dots 7,160 \dots 7,172 \dots 7,186$                          |                                                                   |
| $\log K \dots 4,503n \dots 4,503n \dots 4,503n \dots 4,503n$                          |                                                                   |
| $\log w \dots 0,256n \dots 0,098n \dots 0,055n \dots 0,555n$                          |                                                                   |
| $\log \cotg(e' - \gamma) \dots 0,084n \dots 0,069n \dots 0,056n \dots 0,040n$         |                                                                   |
| $\log K' \dots 9,200 \dots 9,200 \dots 9,200 \dots 9,200$                             |                                                                   |
| $\log w' \dots 9,540 \dots 9,367 \dots 9,311 \dots 9,795$                             |                                                                   |
| $w' \dots + 0,3 \dots + 0,2 \dots + 0,2 \dots + 0,6$                                  |                                                                   |
| $w \dots - 2 \dots - 1 \dots - 1 \dots - 4$                                           |                                                                   |

## c) Einfluss der Refraction nach Art. 36 u. f.

Das Mittel aus den beiden Ablesungen

am Stundenkreise ist

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \varepsilon \sin(e+t) = + 1,5 \\
 c' = + 0,4 \\
 \gamma = - 0,4 \\
 i \cotg p = + 0,2 \\
 o \operatorname{cosec} p = - 0,4 \\
 \mu \cotg p \cos(m+t) = 0,0 \\
 t = 263^\circ 37'
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 263^\circ 36' \\
 \text{(s. Art. 29.)}
 \end{array}
 \end{array}$$

Die Ablesung am Declinationskreise ist

$$\begin{array}{l}
 \varepsilon' \sin(e' + p) = - 0,7 \\
 c = - 2,7 \\
 \mu \sin(m+t) = - 0,4 \\
 p = 65^\circ 26'
 \end{array}$$



Das  $p$  gilt wie bemerkt ist für alle Beobachtungen, das  $t$  aber für das Mittel aus der ersten und achten Zeit. Das Mittel dieser findet sich  $3^h 40' 23''$  und die in Bogen verwandelten Differenzen dieses mit den zu den vier Beobachtungen resp. gehörigen Zeiten oder mit den Werthen von  $\tau$  unter  $b)$  . . . .

$$-3^{\circ} 49'; -1^{\circ} 28'; +0^{\circ} 57'; +3^{\circ} 35'.$$

Wir haben also für die  
Beobachtungszeiten  
die Stundenwinkel:

und aus  $t$  und  $p$  ergibt sich

nach Tafel I. und II:

ferner:

$$t = \begin{cases} 259^{\circ} 50' \\ 262 \quad 9 \\ 264 \quad 34 \\ 267 \quad 12 \end{cases} \quad z = \begin{cases} 77, 2 \\ 75, 8 \\ 74, 3 \\ 72, 9 \end{cases} \quad \omega = \begin{cases} -39, 6 \\ -40, 1 \\ -40, 7 \\ -41, 2 \end{cases} \quad e' + \omega = \begin{cases} 202, 8 \\ 201, 3 \\ 199, 9 \\ 198, 3 \end{cases}$$

Durch Hülfe der Tafeln VI, VII und VIII finden sich

$$\begin{array}{llll} a \dots 2,3317 \dots 2,2433 \dots 2,1560 \dots 2,0803 \\ b \dots +44 \dots +44 \dots +44 \dots +44 \\ \lambda c \dots +94 \dots +94 \dots +94 \dots +94 \\ \log r'' \dots 2,346 \dots 2,257 \dots 2,170 \dots 2,094 \text{ ferner} \\ z \log \cos(e' + \omega) \dots 9,930 \dots 9,938 \dots 9,946 \dots 9,955 \\ \text{Summe} \dots 2,276 \dots 2,195 \dots 2,116 \dots 2,049 \\ \log \lg(e' + \omega) \dots 9,624 \dots 9,591 \dots 9,559 \dots 9,529 \\ \log \text{const.} \dots 8,899n \dots 8,899n \dots 8,899n \dots 8,899n \\ \log r' \dots 0,799n \dots 0,685n \dots 0,574n \dots 0,468n \\ r'' \cos^2(e' + \omega) \dots 189 \dots 157 \dots 131 \dots 112 \\ q'' \dots 11 \dots 11 \dots 11 \dots 11 \text{ (aus Taf. VI.)} \\ \log(D+dD) - \log D \dots 200 \dots 168 \dots 142 \dots 123 \\ r' \dots -6,3 \dots -4,8 \dots -3,8 \dots -2,9 \\ q' \dots -1,2 \dots -1,1 \dots -1,0 \dots -0,9 \text{ (aus Taf. III.)} \\ de' \dots -7,5 \dots -5,9 \dots -4,8 \dots -3,8 \end{array}$$

d) Berechnung der Collimation des Positionskreises nach Art. 24.

$$\begin{array}{lll} \log \mu \dots 9,559 & \log i \dots 9,699 & \log o \dots 9,602n \\ \log \cos(m+t) \dots 9,044n & \log \text{cosec } p \dots 0,041 & \log \cot g p \dots 9,661 \\ \log \text{cosec } p \dots 0,041 & \text{Summe} \dots 8,644n & \text{Summe} \dots 9,740 \quad \text{Summe} \dots 9,263n \end{array}$$



$$\begin{aligned}
 e'' &= -2,0 \text{ (s. Art. 51)} \\
 \mu \cos(m+t) \operatorname{cosec} p &= 0,0 \\
 i \operatorname{cosec} p &= +0,6 \\
 o \cotg p &= -0,2 \\
 \text{Collimation} &= -1,6
 \end{aligned}$$

e) Berechnung der graden Aufsteigung und  
Abweichung nach Art. 40.

$$\begin{aligned}
 S-H &= +1, R_5 \dots +3, R_0 \dots +3, R_0 \dots +3, R_0 \\
 \sin e' - \sin e &= -0,003 \dots +0,005 \dots +0,012 \dots +0,022 \\
 (S-H)(\sin e' - \sin e) &= 0,0 \dots 0,0 \dots 0,0 \dots +0, R_1 \\
 \log U &= \dots 0,000n \dots 0,447n \dots 0,380n \dots 0,462n \\
 \log \sin e' &= \dots 9,947n \dots 9,944n \dots 9,940n \dots 9,935n \\
 \log \cot p &= \dots 9,661 \dots 9,661 \dots 0,661 \dots 9,661 \\
 \log R^* &= \dots 9,980 \dots 9,980 \dots 9,980 \dots 9,980 \\
 \log u &= \dots 9,588n \dots 0,032n \dots 9,961n \dots 0,038n \\
 u &= \dots 0,4 \dots 1,1 \dots 0,9 \dots 1,1 \\
 \text{Beob. Pos. Wink.} &= 242^\circ 21,0 \dots 241^\circ 24,8 \dots 240^\circ 33,0 \dots 239^\circ 27,8 \\
 \text{Collimation} &= -1,6 \dots -1,6 \dots -1,6 \dots -1,6 \\
 \text{Refract.} &= -7,5 \dots -5,9 \dots -4,8 \dots -3,8 \\
 \text{Eigene Beweg.} &= +0,3 \dots +0,2 \dots +0,2 \dots +0,6 \\
 e' + u &= 242^\circ 11,8 \dots 241^\circ 16,4 \dots 240^\circ 25,9 \dots 239^\circ 21,9 \\
 \log R &= \dots 1,75843 \dots 1,75843 \dots 1,75843 \dots 1,75843 \\
 \log \text{ der gem. Dist.} &= \dots 1,42364 \dots 1,42007 \dots 1,41425 \dots 1,40678 \\
 \text{Refract.} &= \dots 200 \dots 168 \dots 142 \dots 123 \\
 \text{Eigene Beweg.} &= -2 \dots -1 \dots -1 \dots -4 \\
 \log RD &= \dots 3,18405 \dots 3,18017 \dots 3,17409 \dots 3,16640 \\
 \log \cos(e' + u) &= \dots 9,66880n \dots 9,68181n \dots 9,69325n \dots 9,70720n \\
 \log \sin(e' + u) &= \dots 9,94673n \dots 9,94296n \dots 9,93940n \dots 9,93471n \\
 \log(p'' - p') &= \dots 2,85285n \dots 2,86198n \dots 2,86734n \dots 2,87360n \\
 \log RD \sin(e' + u) &= \dots 3,13078n \dots 3,12313n \dots 3,11349n \dots 3,10111n \\
 p'' - p' &= -11' 52,6 \dots -12' 7,8 \dots -12' 16,8 \dots -12' 27,5
 \end{aligned}$$

Bei der Beobachtung ist angemerkt Schr: Stern, also gehören nach Art. 41  $p'$  und  $\alpha'$  zum Vergleichungssterne; mit der oben angeführten Polardistanz dieses  $= 65^\circ 38,4$  haben wir demnach



|                                                 |       |                      |       |                      |       |                      |       |                      |
|-------------------------------------------------|-------|----------------------|-------|----------------------|-------|----------------------|-------|----------------------|
| $\frac{1}{2}(p''+p')$                           | . . . | 65° 32,5             | . . . | 65° 32,4             | . . . | 65° 32,3             | . . . | 65° 32,2             |
| $\log \operatorname{cosec} \frac{1}{2}(p''+p')$ | . . . | 0,04083              | . . . | 0,04084              | . . . | 0,04084              | . . . | 0,04085              |
| $\log(\alpha''-\alpha')$                        | . . . | 3,17161 <sup>n</sup> | . . . | 3,16397 <sup>n</sup> | . . . | 3,15433 <sup>n</sup> | . . . | 3,14196 <sup>n</sup> |
| $\alpha''-\alpha'$                              | . . . | -24' 44,6            | ;     | -24' 18,7            | ;     | -23' 46,7            | ;     | -23' 6,6             |

Also für die Mittel aus den jedesmaligen Beobachtungszeiten oder für die unter b)  $\tau$  genannten Zeiten, nachdem man die bei der Beobachtung angeführte Correction der Uhr dazu addirt hat, ergeben sich die Werthe von  $\alpha''$  und  $p''$  oder die beobachteten Oerter des Cometen wie folgt:

| Sternzeit                                | $R$ des Cometen                | Polardist. des Cometen |
|------------------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| 3 <sup>h</sup> 25' 1,7                   | 151° 19' 10,9                  | 65° 26' 34,3           |
| 34 26, 2                                 | 19 36, 8                       | 26 19, 1               |
| 44 7, 2                                  | 20 8, 8                        | 26 10, 1               |
| 54 36, 7                                 | 20 48, 9                       | 25 59, 4               |
| Mittel 3 <sup>h</sup> 39' 33,0 . . . . . | 151° 19' 56,4 . . . . .        | 65° 26' 15,7           |
|                                          | oder die Declination . . . . . | + 24° 33' 44,3         |

Es wird selten nothwendig seyn, die Correctionen so im Einzelnen zu rechnen, wie ich es hier des Beispiels wegen gethan habe. Man wird fast immer mehrere derselben ganz übergehen können, und diejenigen welche merklich sind nur einmal, nemlich für das Mittel aus den partiellen Beobachtungen zu rechnen nöthig haben. Die Fälle wo dieses eine Ausnahme leiden kann, oder wo eine besondere Rechnung für jede einzelne Beobachtung geführt werden muss, sind hinsichtlich der Correctionen des Instruments und der Glieder zweiter und höherer Ordnung, wenn die beobachteten Gestirne sehr nördlich waren, hinsichtlich der Refraction wenn sie sehr niedrig waren, und hinsichtlich der eignen Bewegung wenn die Zwischenzeiten zwischen den Einstellungen groß und unter einander sehr ungleich waren. Will man bei Beobachtungen wie die des Beispiels auch  $p''-p'$  und  $\alpha''-\alpha'$  nur einmal rechnen so hat man, nachdem man aus den einzelnen Distanzen und Positionswinkeln das Mittel genommen hat, nur dieses als eine Repetitionsbeobachtung aus den einzelnen beste-



hend anzusehen, und diesem gemäß wegen der eigenen Bewegung den Werth von  $\frac{\sum t^2}{n}$  nach Art. 43 zu rechnen.

Ich habe den m. z. b. Fehler einer Cometenbeobachtung nicht abgeleitet, hauptsächlich weil er, selbst bei einem und demselben Cometen, während der Zeit der Sichtbarkeit desselben, sehr veränderlich seyn wird; übrigens lässt er sich nachdem man die wahrscheinlichsten Elemente abgeleitet hat, im Mittel am sichersten bestimmen. — Eine Hauptschwierigkeit bei den Cometenbeobachtungen ist immer noch der nicht scharf begrenzte Körper in dessen hellsten Punct man das Bild des Sterns bringen soll: das Hinderniss welches sonst die verschiedene Lichtstärke des Cometen und des Sterns darbot, habe ich durch den in Art. 2 erwähnten Schirm völlig besiegt.

Wenn man mit den hier gegebenen Datis die Beobachtungen reducirt, so wird man hie und da kleine Unterschiede mit den Resultaten finden, welche ich bereits bekannt gemacht habe. Dieses rührt daher, dass ich damals wie ich die Beobachtungen reducirte nur im Besitz von minder scharfen Reductionselementen war.

### Z u s a t z.

Eine Regel für das Beobachten mit dem Heliometer die zwar sehr nahe liegt, will ich noch beifügen. Sie wäre eigentlich in Art. 2 an ihrem Orte, ist aber vergessen worden dort hinzuschreiben. — Es ist unumgänglich nothwendig, dass man bei der Einstellung der Coincidenz durch den Objectivschieber die letzte Bewegung dieses nach einer bestimmten Richtung vollführt, und zwar nach derjenigen, dass er von der kleineren Zahl auf die größere sich bewegt. Die Schraube muss diesem gemäß rechts, oder welches einerlei ist, die Lenkstange links bewegt werden. Bemerkt man also bei der Beobachtung dass man über die Coincidenz hinweg gekommen ist, so muss man die Lenkstange um



ein größeres Stück rechts drehen als sonst nöthig wäre, und dann wieder links bis zur Coincidenz.

Der Grund hievon ist einestheils um den Einfluss eines etwanigen todten Ganges der Micrometerschraube aufzuheben, und anderntheils um zu bewirken, dass diese sich gegen ihren eigentlichen Fixpunct stemmt. Dieser besteht nemlich aus einer stählernen Platte gegen welche das eine Ende der Schraube durch eine starke Feder gedrückt wird, die sich am andern Ende befindet und dort zugleich Hülse für den Zapfen ist, um welchen sich die Schraube bewegt. Man könnte zwar diese Feder so stark anspannen, dass sie nicht durch die Friction des in seinen Coulissen sich bewegenden Schiebers gebeugt werden könnte, allein dies ist auf keinen Fall anzurathen, weil die Schraube dadurch so gepresst würde, dass sie sich nicht mit der nothwendigen Sanftheit bewegen liesse. Ueberhaupt ist bei jedem Instrumente nothwendig, dass die Schrauben, welche während des Beobachtens gedreht werden müssen mit möglichst geringer Kraftanwendung bewegt werden können; ist dies nicht der Fall, so kann man durchs Gefühl die kleinste Bewegung nicht unterscheiden, und wird sich vergebens bemühen Genauigkeit in die Beobachtungen zu legen.



## Cometen - Beobachtungen.

| 1825                                     | Uhrzeit              | Pos. Winkel      |          | Object.             | Oc.         | Posit. Winkel im Mittel | Dist. im Mittel | U.     |                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------|----------------------|------------------|----------|---------------------|-------------|-------------------------|-----------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tag                                      |                      | Non. I.          | Non. II. |                     |             |                         |                 |        |                                                                                                                                                           |
| Der Biela'sche Comet im Taurus entdeckt. |                      |                  |          |                     |             |                         |                 |        |                                                                                                                                                           |
| Sept 12                                  | h 23 55 53<br>o 4 34 | 213 57<br>213 27 |          | R 65,000<br>122,863 | R 80<br>106 | 213 42                  | 28,932          | + 0,9  | Vergl. Sterne:<br>für 1-6... P. III 254<br>für 7-10 H. C. p. 206 3 <sup>h</sup> 55' 55,"5<br>Die 4te Einstellung ist unsicher, weil Wolken vorüber zogen. |
|                                          | 14 51<br>23 57       | 213 3<br>215 30  |          | 124,000<br>66,800   | 80<br>109   | 214 17                  | 28,600          | + 1,3  | Schr: { für 1-6... Stern.<br>für 7-10... Comet.                                                                                                           |
|                                          | 29 37<br>38 54       | 214 38<br>216 34 |          | 64,800<br>122,360   | 76<br>109   | 215 36                  | 28,780          | + 1,1  | e { für 1-6 = 214°<br>für 7-10 = 328°                                                                                                                     |
|                                          | 50 35<br>59 8        | 327 48<br>328 40 |          | 122,360<br>88,600   | 114<br>92   | 328 14                  | 16,880          | + 2,5  | p = 76°                                                                                                                                                   |
|                                          | 1 5 40<br>11 33      | 327 12<br>328 33 |          | 88,600<br>55,645    | 82<br>65    | 327 53                  | 16,478          | - 1,4  | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 24,"2.                                                                                                                     |
| Derselbe Comet.                          |                      |                  |          |                     |             |                         |                 |        |                                                                                                                                                           |
| Sept 13                                  | 23 3 47<br>10 6      | 326 18<br>325 57 |          | 6,090<br>60,425     | 20<br>48    | 326 8                   | 27,168          | - 0,8  | Vergl. Sterne:<br>für 1-6... H. C. p 206 3 <sup>h</sup> 55' 55,"5<br>für 7-10... H. C. p. 40 3 53 47, 5<br>Dunstige Luft.                                 |
|                                          | 17 36<br>23 30       | 326 6<br>326 21  |          | 60,425<br>115,725   | 73<br>102   | 326 14                  | 27,650          | + 0,6  | Schr: { für 1-6... Stern.<br>für 7-10... Comet.                                                                                                           |
|                                          | 29 39<br>34 4        | 326 21<br>326 16 |          | 115,725<br>59,020   | 102<br>72   | 326 19                  | 28,353          | + 0,4  | e { für 1-6 = 326°<br>für 7-10 = 243°                                                                                                                     |
|                                          | 46 25<br>52 58       | 242 48<br>242 48 |          | 59,020<br>95,180    | 68<br>86    | 242 48                  | 18,080          | + 0,1  | p = 77°                                                                                                                                                   |
|                                          | o 6 21<br>12 50      | 241 21<br>241 12 |          | 82,192<br>46,050    | 72<br>56    | 241 17                  | 18,071          | + 0,1  | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 26,"8.                                                                                                                     |
| Derselbe Comet.                          |                      |                  |          |                     |             |                         |                 |        |                                                                                                                                                           |
| Sept 17                                  | o 17 29<br>23 48     | 213 38<br>214 33 |          | 128,725<br>61,941   | 114<br>73   | 214 6                   | 33,392          | + 1,8  | Vergl. Stern:<br>B. 53. 3 <sup>h</sup> 48' 23,"40<br>Dunstige Luft.                                                                                       |
|                                          | 30 58<br>36 12       | 215 15<br>215 38 |          | 50,000<br>116,120   | 63<br>89    | 215 27                  | 33,060          | + 7,1  | Schr: Stern                                                                                                                                               |
|                                          | 40 20<br>46 2        | 215 46<br>216 15 |          | 116,120<br>50,008   | 89<br>47    | 216 1                   | 33,056          | + 15,1 | e = 213° p = 81°                                                                                                                                          |
|                                          | 49 27<br>54 40       | 216 24<br>217 6  |          | 50,008<br>115,610   | 47<br>78    | 216 45                  | 32,801          | + 20,3 | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 37,"6.                                                                                                                     |



| 1825                                            | Uhrzeit  | Pos. Winkel | Object.  | Oc. | Posit. Winkel im Mittel | Dist. im Mittel | U.                                            |
|-------------------------------------------------|----------|-------------|----------|-----|-------------------------|-----------------|-----------------------------------------------|
| Tag                                             |          | Non. I.     | Non. II. |     |                         |                 |                                               |
| <i>Der Biela'sche Comet im Taurus entdeckt.</i> |          |             |          |     |                         |                 |                                               |
| Sept 18                                         | h        |             |          |     |                         |                 | Vergl. Sterne:                                |
| 22                                              | 6 59     | 305         | 27       |     |                         |                 | Für 1 - 8 B. 142. 3 <sup>h</sup> 44' 42,"02   |
|                                                 | 14 38    | 304         | 57       |     |                         |                 | für 9 - 12 { B. 142. 3 45 13, 60              |
|                                                 | 19 47    | 304         | 48       |     |                         |                 | { H.C.p.42. 3 43 34                           |
|                                                 | 24 43    | 304         | 33       |     |                         |                 |                                               |
|                                                 | 32 59    | 304         | 21       |     |                         |                 | e { für 1 - 8 = 305°                          |
|                                                 | 38 9     | 304         | 6        |     |                         |                 | { für 9 - 12 = 325                            |
|                                                 | 42 57    | 303         | 36       |     |                         |                 | Schr: Comet                                   |
|                                                 | 48 23    | 303         | 27       |     |                         |                 | p = 81°                                       |
|                                                 | 59 8     | 326         | 18       |     |                         |                 | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 40,"0          |
| 23                                              | 3 57     | 326         | 9        |     |                         |                 |                                               |
|                                                 | 9 23     | 326         | 6        |     |                         |                 |                                               |
|                                                 | 18 9     | 326         | 12       |     |                         |                 |                                               |
| <i>Derselbe Comet.</i>                          |          |             |          |     |                         |                 |                                               |
| Sept 20                                         | 22 49 38 | 296         | 24       |     |                         |                 | Vergl. Sterne:                                |
|                                                 | 51 59    | 296         | 24       |     |                         |                 | für 1 - 6 B. 118. 3 <sup>h</sup> 40' 45,"30   |
|                                                 | 54 9     | 296         | 24       |     |                         |                 | für 7 - 14 { B. 118. 3 39 44, 50              |
|                                                 | 55 58    | 296         | 24       |     |                         |                 | { B. 142. 3 39 49, 90                         |
|                                                 | 58 32    | 296         | 24       |     |                         |                 | Von 1 bis 6 ist der Positionswinkel unsicher. |
| 23                                              | 0 6      | 296         | 24       |     |                         |                 |                                               |
|                                                 | 7 4      | 322         | 31       |     |                         |                 | e { für 1 - 6 = 297°                          |
|                                                 | 11 20    | 322         | 45       |     |                         |                 | { für 7 - 14 = 322°                           |
|                                                 | 17 58    | 322         | 24       |     |                         |                 | p = 83°                                       |
|                                                 | 22 23    | 322         | 30       |     |                         |                 |                                               |
|                                                 | 29 58    | 322         | 54       |     |                         |                 | Schr: { für 1 - 6 . . Stern                   |
|                                                 | 36 12    | 322         | 36       |     |                         |                 | { für 7 - 14 . . Comet                        |
|                                                 | 39 22    | 322         | 36       |     |                         |                 | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 45,"1          |
|                                                 | 42 50    | 322         | 36       |     |                         |                 |                                               |
| <i>Derselbe Comet.</i>                          |          |             |          |     |                         |                 |                                               |
| Sept 25                                         | 23 52 44 | 249         | 30       |     |                         |                 | Vergl. Stern:                                 |
|                                                 | 59 54    | 248         | 9        |     |                         |                 | B. 37. 3 <sup>h</sup> 21' 13,"74              |
|                                                 | 0 4 47   | 247         | 39       |     |                         |                 | Wolken und Mondschein                         |
|                                                 | 10 59    | 246         | 54       |     |                         |                 | e { für 1 - 2 = 252°                          |
|                                                 |          |             |          |     |                         |                 | { für 3 - 4 = 247°                            |
|                                                 |          |             |          |     |                         |                 | p = 89° Schr: Comet                           |
|                                                 |          |             |          |     |                         |                 | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = + 58,"9          |



| 1825<br>Tag                                     | Uhrzeit               | Pos. Winkel      |             | Object. | Oc.                   | Posit.<br>Win-<br>kel im<br>Mittel | Dist.<br>im<br>Mittel | U.     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------|-----------------------|------------------|-------------|---------|-----------------------|------------------------------------|-----------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                 |                       | Non.<br>I.       | Non.<br>II. |         |                       |                                    |                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <i>Der Biela'sche Comet im Taurus entdeckt.</i> |                       |                  |             |         |                       |                                    |                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Sept 29                                         | h<br>23 24 39<br>30 8 | 258 15<br>257 24 |             |         | R<br>17,952<br>83,770 | R<br>36,0<br>36,0                  | 257 50<br>32,909      | + 14,8 | Vergl. Stern:<br>B. 212. 3 <sup>h</sup> 2' 53,"69<br>Erste Beobachtung unsicher.<br>$e = 268^\circ$<br>$p \begin{cases} \text{für 1-6} = 95^\circ \\ \text{für 7-10} = 266^\circ \end{cases}$<br>Schr: $\begin{cases} \text{für 1-6} \dots \text{Comet} \\ \text{für 7-10} \dots \text{Stern} \end{cases}$<br>Corr.d. Uhr gegen Strnz. = + 2' 47,"0 |
|                                                 | 33 13<br>37 31        | 257 18<br>257 18 |             |         | 83,770<br>19,400      | 36,0<br>36,0                       | 257 18<br>32,185      | + 15,6 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 40 11<br>44 6         | 256 57<br>256 33 |             |         | 19,400<br>83,080      | 36,0<br>36,0                       | 256 45<br>31,840      | + 15,2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 52 38<br>57 10        | 256 15<br>254 57 |             |         | 83,080<br>19,812      | 36,0<br>36,0                       | 255 36<br>31,634      | + 15,4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 59 18<br>0 4 9        | 254 24<br>254 6  |             |         | 19,812<br>82,368      | 36,0<br>36,0                       | 254 15<br>31,278      | + 15,0 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <i>Derselbe Comet.</i>                          |                       |                  |             |         |                       |                                    |                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Sept 30                                         | 12 12 39<br>15 44     | 235 3<br>236 3   |             |         | 65,000<br>80,760      | 69,5<br>77,0                       | 235 33<br>7,880       | - 0,4  | Vergl. Stern:<br>B. 260. 2 <sup>h</sup> 59' 40,"56<br>$e \begin{cases} \text{für 1-6} = 237^\circ \\ \text{für 7-10} = 249 \end{cases}$<br>$p = 96^\circ$<br>Schr: Comet<br>Corr.d. Uhr gegen m. Z. = + 1' 21,"3                                                                                                                                    |
|                                                 | 19 36<br>24 21        | 237 30<br>241 54 |             |         | 80,760<br>65,147      | 77,0<br>74,0                       | 239 42<br>7,807       | - 2,6  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 26 54<br>29 49        | 245 21<br>247 0  |             |         | 65,147<br>80,556      | 74,0<br>74,0                       | 246 11<br>7,705       | - 1,2  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 33 49<br>37 46        | 248 12<br>250 48 |             |         | 80,556<br>64,208      | 74,0<br>69,0                       | 249 30<br>8,174       | + 0,9  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 42 3<br>44 50         | 253 51<br>255 9  |             |         | 64,208<br>81,061      | 69,0<br>69,0                       | 254 30<br>8,427       | + 3,6  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <i>Derselbe Comet.</i>                          |                       |                  |             |         |                       |                                    |                       |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Oct. 1                                          | 12 5 15<br>8 48       | 345 33<br>345 39 |             |         | 50,800<br>74,870      | 57,0<br>66,0                       | 345 36<br>12,035      | + 1,3  | Vergl. Sterne:<br>für 1-6 ... B. 264. 2 <sup>h</sup> 52' 35,"94<br>für 7-12 ... B. 264. 2 51 1, 72<br>$e \begin{cases} \text{für 1-6} = 345^\circ \\ \text{für 7-12} = 232 \end{cases}$<br>$p = 98^\circ$<br>Schr: Comet<br>Corr.d. Uhr geg. m. Z. = + 18' 35,"2                                                                                    |
|                                                 | 11 53<br>15 46        | 346 21<br>346 57 |             |         | 74,870<br>52,730      | 66,0<br>57,0                       | 346 39<br>11,070      | + 2,3  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 18 37<br>22 26        | 347 27<br>348 15 |             |         | 52,730<br>73,848      | 57,0<br>66,5                       | 347 51<br>10,559      | + 1,5  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 31 4<br>37 21         | 231 42<br>231 0  |             |         | 83,000<br>17,790      | 68,0<br>36,0                       | 231 21<br>32,605      | - 1,6  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 40 10<br>45 45        | 230 12<br>229 3  |             |         | 17,790<br>82,722      | 36,0<br>67,0                       | 229 38<br>32,466      | - 1,3  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                                 | 49 10<br>56 24        | 228 39<br>227 27 |             |         | 82,722<br>17,730      | 67,0<br>34,0                       | 228 3<br>32,496       | - 0,3  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |



Die Coincidenz d. Sterne war schwer zu beobachten, weil sie an Größe verschieden waren; den erwähnten Schirm hatte ich noch nicht



| 1825<br>Tag                                                                                                                               | Uhrzeit  | Pos. Winkel |             | Object. | Oc.    | Posit.<br>Win-<br>kel im<br>Mittel | Dist.<br>im<br>Mittel | U.                                                                                    |                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|-------------|-------------|---------|--------|------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                           |          | Non.<br>I.  | Non.<br>II. |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Der Biela'sche Comet im Taurus entdeckt.                                                                                                  |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Oct. 6                                                                                                                                    | h        |             |             |         |        | R                                  | R                     |                                                                                       | Vergl. Stern:                                                        |
|                                                                                                                                           | 11 47 57 | 291 54      |             |         |        | 20,000                             | 42,0                  | 291 41                                                                                | H. C. p, 463. 2 <sup>h</sup> 13' 7,"3                                |
|                                                                                                                                           | 56 1     | 291 27      |             |         |        | 104,330                            | 82,0                  |                                                                                       | e { für 1 - 6 = 292°<br>für 7 u. 8 = 289                             |
|                                                                                                                                           | 59 50    | 291 12      |             |         |        | 104,330                            | 82,0                  | 290 53                                                                                | p = 108°                                                             |
|                                                                                                                                           | 12 6 5   | 290 33      |             |         |        | 22,364                             | 38,5                  |                                                                                       | Schr: Comet.                                                         |
|                                                                                                                                           | 9 33     | 290 12      |             |         |        | 22,364                             | 38,5                  | 289 48                                                                                |                                                                      |
|                                                                                                                                           | 16 40    | 289 24      |             |         |        | 101,582                            | 78,8                  |                                                                                       | Corr. d. Uhr geg. m. Z. = + 32' 43,"1                                |
|                                                                                                                                           | 19 54    | 289 15      |             |         |        | 101,582                            | 78,8                  | 288 57                                                                                |                                                                      |
| 26 10                                                                                                                                     | 288 39   |             |             |         | 24,422 | 42,7                               |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Derselbe Comet.                                                                                                                           |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Oct. 12                                                                                                                                   | 11 8 43  | 239 9       |             |         |        | 74,100                             | 65,0                  | 240 24                                                                                | Vergl. Stern:<br>nicht bestimmt.                                     |
|                                                                                                                                           | 13 49    | 241 39      |             |         |        | 35,572                             | 48,5                  |                                                                                       | Unsichere Beob. weil der Comet durch die Dünste fast unsichtbar war. |
|                                                                                                                                           | 18 17    | 242 18      |             |         |        | 35,572                             | 48,5                  | 243 35                                                                                | e { für 1 = 233°<br>für 2 - 4 = 240                                  |
|                                                                                                                                           | 22 20    | 244 51      |             |         |        | 75,483                             | 65,3                  |                                                                                       | Schr: Stern.                                                         |
|                                                                                                                                           | 26 52    | 246 21      |             |         |        | 75,483                             | 65,3                  | 247 6                                                                                 | p = 121°                                                             |
|                                                                                                                                           | 31 5     | 247 51      |             |         |        | 34,880                             | 49,5                  |                                                                                       | Corr. d. Uhr geg. m. Z. = + 33' 2,"3                                 |
| In der Zwischenzeit zu den nachfolgenden Beobachtungen wurden die Veränderungen, deren ich erwähnt habe, mit dem Instrumente vorgenommen. |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| 1 8 2 6.                                                                                                                                  |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Derselbe Biela'sche Comet nach seiner Rückkehr aus dem Süden.                                                                             |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Apr. 29                                                                                                                                   | h        |             |             |         |        | R                                  | R                     |                                                                                       | Vergl. Stern:                                                        |
|                                                                                                                                           | 12 55 17 | 155 48      | 60          |         |        | 93,120                             | 83,0                  | 154 54,0                                                                              | für 1826 Jan. o { AR. = 230° 38' 39,"5<br>δ = - 33 45 46,0           |
|                                                                                                                                           | 13 5 5   | 153 48      | 60          |         |        | 50,335                             | 63,0                  |                                                                                       | Der Comet war äußerst schwach, daher sehr unsichere Beob.            |
|                                                                                                                                           | 8 42     | 154 36      | 42          |         |        | 50,335                             | 63,0                  | 154 34,5                                                                              | e = 154°                                                             |
|                                                                                                                                           | 14 16    | 154 24      | 36          |         |        | 92,060                             | 83,0                  |                                                                                       | t { für 1 = 0 <sup>h</sup> 1° 0'<br>für 6 = 0 8 12                   |
|                                                                                                                                           | 18 35    | 154 6       | 21          |         |        | 92,060                             | 83,0                  | 154 12,8                                                                              | Schr: Comet.                                                         |
| 24 29                                                                                                                                     | 154 6    | 18          |             |         | 47,700 | 61,0                               |                       | p = 123° 49'<br>Corr. d. Uhr geg. m. Z. = + 43,"6<br>Bar. 726 <sup>m</sup> ,8 Th. 31° |                                                                      |
| Derselbe Comet.                                                                                                                           |          |             |             |         |        |                                    |                       |                                                                                       |                                                                      |
| Mai 8                                                                                                                                     | 11 23 6  | 243 27      | 33          |         |        | 101,000                            | 83,0                  | 243 13,5                                                                              | Vergl. Stern:                                                        |
|                                                                                                                                           | 31 19    | 242 54      | 60          |         |        | 26,527                             | 44,8                  |                                                                                       | für 1826 Jan. o { AR. = 219° 39' 59,"4<br>δ = - 28 49 38,7           |
|                                                                                                                                           | 49 21    | 242 51      | 60          |         |        | 26,527                             | 44,8                  | 243 3,0                                                                               | e = 244° t { für 2 = 23 <sup>h</sup> 14° 24'<br>für 6 = 0 10 52      |
|                                                                                                                                           | 12 3 7   | 243 9       | 12          |         |        | 97,890                             | 77,2                  |                                                                                       | Schr: Comet                                                          |
|                                                                                                                                           | 10 44    | 243 0       | 3           |         |        | 97,890                             | 77,2                  | 243 12,8                                                                              | p = 118° 54'<br>dunstige Luft.                                       |
| 17 30                                                                                                                                     | 243 21   | 27          |             |         | 27,190 | 41,0                               |                       | Corr. d. Uhr gegen m. Z. = + 1' 7,"9<br>Bar. 730 <sup>m</sup> ,0 Th. 46°              |                                                                      |



| 1826<br>Tag                           | Uhrzeit  | Pos. Winkel |             | Object. | Oc.      | Posit.<br>Win-<br>kel im<br>Mittel | Dist.<br>im<br>Mittel | U.                                   |                                                    |
|---------------------------------------|----------|-------------|-------------|---------|----------|------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------------|
|                                       |          | Non.<br>I.  | Non.<br>II. |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Derselbe Comet.                       |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Mai 9                                 | h        |             |             |         |          | R                                  | R                     |                                      | Vergl. Stern:                                      |
|                                       | 10 38 26 | 227 21      | 33          | 89,000  | 71,0     | 227 28,5                           | 27,856                | + 3,6                                | derselbe wie gestern.                              |
|                                       | 49 6     | 227 27      | 33          | 33,288  | 44,0     |                                    |                       |                                      | $e = 227^\circ$ t { für 1 = 23 <sup>h</sup> 2° 33' |
|                                       | 56 36    | 227 51      | 54          | 33,288  | 44,0     |                                    |                       |                                      | { für 6 = 23 13 17                                 |
|                                       | 11 5 47  | 227 21      | 27          | 90,458  | 69,2     | 227 38,3                           | 28,585                | + 5,2                                | p = 118° 42'                                       |
|                                       | 11 55    | 227 21      | 27          | 90,458  | 69,2     |                                    |                       |                                      | Schr: Stern.                                       |
| 21 12                                 | 227 33   | 33          | 31,084      | 41,0    | 227 28,5 | 29,687                             | + 5,6                 | Corr. d. Uhr gegen m. Z. = + 1' 9,"2 |                                                    |
| Bar. 729 <sup>m</sup> ,9 Th. 44°      |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Derselbe Comet.                       |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Mai 10                                | 10 46 35 | 291 24      | 21          | 81,000  | 71,0     | 291 53,3                           | 21,235                | - 1,1                                | Vergl. Stern:                                      |
|                                       | 53 55    | 292 24      | 24          | 38,531  | 50,8     |                                    |                       |                                      | für 1826 Jan. o { AR. = 217° 56' 30,"6             |
|                                       | 58 17    | 292 57      | 57          | 38,531  | 50,8     | 293 11,3                           | 21,045                | - 1,5                                | { $\delta = - 28 4 2,0$                            |
|                                       | 11 6 35  | 293 27      | 24          | 80,620  | 71,3     |                                    |                       |                                      | $e =$ { für 1-4 = 291°                             |
|                                       | 11 47    | 294 9       | 12          | 80,620  | 71,3     | 294 43,5                           | 20,868                | - 0,2                                | { für 5-8 = 293°                                   |
|                                       | 18 58    | 295 15      | 18          | 38,885  | 48,5     |                                    |                       |                                      | t { für 1 = 23 <sup>h</sup> 7° 0'                  |
| 35 4                                  | 296 33   | 30          | 38,885      | 48,5    | 297 3,0  | 20,490                             | + 0,7                 | { für 8 = 0 6 5                      |                                                    |
| 42 51                                 | 297 36   | 33          | 79,865      | 68,8    |          |                                    |                       | p = 117° 58'                         |                                                    |
| Schr: Comet.                          |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Corr. d. Uhr geg. m. Z. = + 1' 11,"8  |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Bar. 729 <sup>m</sup> ,8 Th. 47°      |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Derselbe Comet.                       |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Mai 11                                | 10 36 13 | 182 51      | 63          | 95,000  | 80,0     | 183 18,0                           | 31,438                | - 0,1                                | Vergl. Stern:                                      |
|                                       | 45 37    | 183 36      | 42          | 32,125  | 47,3     |                                    |                       |                                      | für 1826 Jan. o { AR. = 217° 22' 55,"7             |
|                                       | 51 55    | 184 18      | 24          | 32,125  | 47,3     | 184 52,5                           | 31,895                | + 3,6                                | { $\delta = - 27 51 40,3$                          |
|                                       | 11 0 25  | 185 18      | 30          | 95,915  | 73,5     |                                    |                       |                                      | $e = 184^\circ$                                    |
|                                       | 11 26    | 185 42      | 54          | 95,915  | 73,5     | 186 17,3                           | 32,219                | + 3,2                                | t { für 2 = 23 <sup>h</sup> 8° 30'                 |
|                                       | 17 35    | 186 39      | 54          | 31,478  | 47,5     |                                    |                       |                                      | { für 6 = 0 1 32                                   |
| p = 117° 34'                          |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Schr: Stern.                          |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Corr. d. Uhr gegen m. Z. = + 1' 14,"7 |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Bar. 731 <sup>m</sup> ,6 Th. 49°      |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Derselbe Comet.                       |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Mai 14                                | 11 31 21 | 228 54      | 60          | 106,000 | 85,0     | 228 55,5                           | 43,751                | - 1,4                                | Vergl. Stern:                                      |
|                                       | 41 57    | 228 51      | 57          | 18,498  | 42,2     |                                    |                       |                                      | für 1826 Jan. o { AR. = 215° 10' 27,"3             |
|                                       | 49 45    | 228 54      | 63          | 18,498  | 42,2     | 229 9,8                            | 44,549                | + 0,4                                | { $\delta = - 26 3 20,4$                           |
|                                       | 58 28    | 229 18      | 24          | 107,595 | 83,0     |                                    |                       |                                      | $e = 228^\circ$                                    |
|                                       | 12 3 13  | 228 54      | 57          | 107,595 | 83,0     | 229 0,8                            | 44,760                | - 0,1                                | t { für 2 = 0 <sup>h</sup> 13° 8'                  |
|                                       | 12 1     | 229 3       | 9           | 18,076  | 42,8     |                                    |                       |                                      | { für 6 = 1 5 41                                   |
| 30 0                                  | 229 0    | 0           | 18,076      | 42,8    | 228 58,5 | 46,439                             | + 1,0                 | { für 8 = 1 13 14                    |                                                    |
| 42 31                                 | 228 57   | 57          | 110,953     | 84,2    |          |                                    |                       | p { für 1-6 = 115° 48'               |                                                    |
| { für 7 u. 8 = 244 18                 |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Schr: { für 1-6 . . Stern             |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| { für 7 u. 8 . . Comet                |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Corr. d. Uhr geg. m. Z. = + 1' 25,"9  |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |
| Bar. 731 <sup>m</sup> ,4 Th. 40°      |          |             |             |         |          |                                    |                       |                                      |                                                    |

Die 6te Einstellung ist unsicher, weil der Comet im Begriff war, hinter die Mauer des Fensters zu gehen.



| 1826                                             | Uhrzeit | Pos. Winkel |          | Object. | Oc.  | Posit. Winkel im Mittel | Dist. im Mittel | U.     |                                                       |
|--------------------------------------------------|---------|-------------|----------|---------|------|-------------------------|-----------------|--------|-------------------------------------------------------|
| Tag                                              |         | Non. I.     | Non. II. |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| <i>Der Pons'sche Comet im Eridanus entdeckt.</i> |         |             |          |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| Sept 12                                          | h       |             |          |         |      |                         |                 |        | Vergl. Stern:                                         |
|                                                  | 1 59 45 | 310 6       | 9        | 65,000  | 73,0 | 310 30,3                | 15,070          | + 1,6  | B. 150. 6 <sup>h</sup> 33' 49,"91                     |
|                                                  | 2 7 13  | 310 50      | 56       | 95,140  | 84,0 |                         |                 |        | $e = 308^\circ$ $t$ { für 1 = 19 <sup>h</sup> 6° 25'  |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | { für 6 = 19 13 3                                     |
|                                                  | 12 41   | 310 51      | 54       | 95,140  | 84,0 | 310 47,3                | 14,108          | + 2,0  | $p = 89^\circ 55'$                                    |
|                                                  | 17 3    | 310 45      | 39       | 66,925  | 74,0 |                         |                 |        | Schr: Stern                                           |
|                                                  | 21 45   | 311 12      | 15       | 66,925  | 74,0 |                         |                 |        | Corr. d. Uhr geg. Strnz. = - 9,"8                     |
|                                                  | 26 27   | 311 39      | 39       | 93,370  | 84,0 | 311 26,3                | 13,223          | + 1,1  | Bar. 735 <sup>m</sup> ,4 Th. 45°                      |
| <i>Derselbe Comet.</i>                           |         |             |          |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| Sept 13                                          | 2 29 34 | 249 30      | 30       | 65,000  | 62,0 | 250 21,8                | 11,365          | + 10,9 | Vergl. Stern:                                         |
|                                                  | 37 9    | 251 12      | 15       | 87,730  | 69,0 |                         |                 |        | { B. 150. 6 <sup>h</sup> 39' 35,"99                   |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | { B. 45. 6 39 20,37                                   |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | $e = 248^\circ$ $t$ für 4 = 20 <sup>h</sup> 1° 40'    |
|                                                  | 41 41   | 251 54      | 57       | 87,730  | 69,0 | 252 45,8                | 11,867          | + 13,4 | $p = 88^\circ 55'$                                    |
|                                                  | 48 2    | 253 36      | 36       | 63,997  | 56,0 |                         |                 |        | Schr: Comet.                                          |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = - 9,"7                   |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | Bar. 732 <sup>m</sup> ,0 Th. 58°                      |
| <i>Derselbe Comet.</i>                           |         |             |          |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| Sept 21                                          | 2 7 43  | 326 51      | 54       | 85,000  | 75,0 | 327 2,3                 | 18,734          | + 0,8  | Vergl. Stern:                                         |
|                                                  | 14 31   | 327 9       | 15       | 47,533  | 56,0 |                         |                 |        | B. 55. 7 <sup>h</sup> 36' 45,"08                      |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | $e = 326^\circ$ $t$ { für 1 = 18 <sup>h</sup> 7° 27'  |
|                                                  | 18 38   | 327 24      | 27       | 47,533  | 56,0 | 327 57,8                | 17,922          | - 0,1  | { für 8 = 19 1 11                                     |
|                                                  | 24 1    | 328 30      | 30       | 83,377  | 75,0 |                         |                 |        | $p = 80^\circ 2'$                                     |
|                                                  | 28 17   | 329 15      | 18       | 83,377  | 75,0 | 329 46,5                | 17,184          | + 0,4  | Schr: Stern.                                          |
|                                                  | 32 56   | 330 15      | 18       | 49,010  | 56,5 |                         |                 |        | Corr. der Uhr geg. Strnz. = - 9,"8                    |
|                                                  | 37 20   | 330 30      | 30       | 49,010  | 56,5 | 330 58,5                | 16,606          | + 0,6  | Bar. 734 <sup>m</sup> ,1 Th. 37°                      |
|                                                  | 42 37   | 331 24      | 30       | 82,222  | 73,5 |                         |                 |        |                                                       |
| <i>Derselbe Comet.</i>                           |         |             |          |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| Sept 22                                          | 2 13 27 | 281 57      | 60       | 93,000  | 79,0 | 281 45,0                | 27,728          | + 0,3  | Vergl. Stern:                                         |
|                                                  | 21 30   | 281 30      | 33       | 37,545  | 51,0 |                         |                 |        | B. 148. 7 <sup>h</sup> 45' 46,"83                     |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | $e = 282^\circ$ $t$ { für 1 = 18 <sup>h</sup> 6° 58'  |
|                                                  | 26 0    | 281 21      | 21       | 37,545  | 51,0 | 281 3,0                 | 26,952          | 0,0    | { für 6 = 18 14 20                                    |
|                                                  | 32 23   | 280 45      | 45       | 91,448  | 79,0 |                         |                 |        | $p = 79^\circ 7'$                                     |
|                                                  | 36 5    | 280 39      | 36       | 91,448  | 79,0 | 280 19,5                | 25,912          | + 0,5  | Schr: Stern.                                          |
|                                                  | 43 3    | 280 3       | 0        | 39,625  | 51,0 |                         |                 |        | Corr. d. Uhr gegen Strnz. = - 9,"8                    |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | Bar. 735 <sup>m</sup> ,8 Th. 35°                      |
| <i>Derselbe Comet.</i>                           |         |             |          |         |      |                         |                 |        |                                                       |
| Sept 30                                          | 4 32 35 | 217 33      | 30       | 76,100  | 70,0 | 216 16,5                | 11,079          | + 0,5  | Vergl. Stern:                                         |
|                                                  | 38 27   | 215 3       | 0        | 53,942  | 59,0 |                         |                 |        | später durchs Heliometer bestimmt.                    |
|                                                  |         |             |          |         |      |                         |                 |        | $e = 221^\circ$ $t$ { für 1 = 19 <sup>h</sup> 12° 57' |
|                                                  | 43 38   | 212 48      | 45       | 53,942  | 59,0 | 211 49,5                | 11,242          | + 0,2  | { für 8 = 20 7 54                                     |
|                                                  | 51 45   | 210 54      | 51       | 76,425  | 71,0 |                         |                 |        | $p = 72^\circ 17'$                                    |
|                                                  | 56 15   | 208 9       | 9        | 76,425  | 71,0 | 206 49,5                | 10,882          | 0,0    | Schr: Stern.                                          |
|                                                  | 5 1 3   | 205 27      | 33       | 54,662  | 60,0 |                         |                 |        |                                                       |



| 1826    | Tag                                         | Uhrzeit   | Pos. Winkel |          | Object. | Oc.  | Posit. Winkel im Mittel | Dist. im Mittel | U.    |                                                                                                          |
|---------|---------------------------------------------|-----------|-------------|----------|---------|------|-------------------------|-----------------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         |                                             |           | Non. I.     | Non. II. |         |      |                         |                 |       |                                                                                                          |
| Sept 30 | h                                           |           |             |          | R       | R    |                         | R               | R     | Corr. d. Uhr geg. Sternz. = - 5,"3<br>Bar. 732 <sup>m</sup> ,2 Th. 58°                                   |
|         | 5 6 4                                       | 204 9 15  |             |          | 54,662  | 60,0 | 203 24,0                | 11,237          | + 0,4 |                                                                                                          |
|         | 12 16                                       | 202 33 39 |             |          | 77,135  | 70,7 |                         |                 |       |                                                                                                          |
| Oct. 1  | <i>Derselbe Comet.</i>                      |           |             |          |         |      |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 3 22 0                                      | 321 9 6   |             |          | 77,000  | 71,0 | 320 6,0                 | 13,752          | - 0,3 | Vergl. Stern:<br>nicht bestimmt.                                                                         |
|         | 26 47                                       | 320 3 6   |             |          | 49,496  | 56,0 |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 30 18                                       | 319 27 33 |             |          | 49,496  | 56,0 | 319 17,3                | 14,290          | + 0,3 | $e = 321^\circ$ $t \begin{cases} \text{für 1} = 18^h 8^\circ 54' \\ \text{für 6} = 18 13 46 \end{cases}$ |
|         | 33 57                                       | 319 6 3   |             |          | 78,075  | 71,0 |                         |                 |       | $p = 71^\circ 36'$                                                                                       |
|         | 37 13                                       | 318 51 51 |             |          | 78,075  | 71,0 | 318 15,8                | 14,723          | - 0,6 | Schr: Comet.                                                                                             |
|         | 41 36                                       | 317 42 39 |             |          | 48,630  | 57,0 |                         |                 |       | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = - 4,"9<br>Bar. 732 <sup>m</sup> ,0 Th. 55°                                  |
| Oct. 2  | <i>Derselbe Comet.</i>                      |           |             |          |         |      |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 3 21 18                                     | 238 36 30 |             |          | 84,000  | 74,0 | 237 52,5                | 23,946          | - 2,2 | Vergl. Stern:                                                                                            |
|         | 28 55                                       | 237 12 12 |             |          | 36,108  | 50,5 |                         |                 |       | { B. 274. 8 <sup>h</sup> 54' 24,"62<br>B. 275. 8 54 24, 52<br>B. 277. 8 54 25, 00                        |
|         | 34 25                                       | 236 30 27 |             |          | 36,108  | 50,5 | 235 53,3                | 23,316          | - 2,9 | $e = 237^\circ$ $t \begin{cases} \text{für 1} = 18^h 6^\circ 52' \\ \text{für 6} = 19 0 28 \end{cases}$  |
|         | 43 17                                       | 235 21 15 |             |          | 82,740  | 74,5 |                         |                 |       | $p = 70^\circ 55'$                                                                                       |
|         | 48 0                                        | 234 21 21 |             |          | 82,740  | 74,5 | 233 43,5                | 22,654          | - 0,7 | Schr: Stern.                                                                                             |
|         | 56 6                                        | 233 9 3   |             |          | 37,433  | 47,0 |                         |                 |       | Corr. d. Uhr gegen Sternz. = - 4,"7<br>Bar. 727 <sup>m</sup> ,0 Th. 50°                                  |
| Oct. 8  | <i>Der Vergleichungsstern von Sept. 30.</i> |           |             |          |         |      |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 2 4 —                                       | 239 18 21 |             |          | 107,000 | 86,0 | 239 17,3                | 42,941          | - 1,9 | Vergl. Stern:                                                                                            |
|         |                                             | 239 15 15 |             |          | 21,119  | 46,0 |                         |                 |       | B. 274. 8 <sup>h</sup> 38' 7,"72                                                                         |
|         |                                             | 239 15 12 |             |          | 21,119  | 46,0 | 239 11,3                | 43,048          | - 2,3 | $e = 238^\circ$ $t \begin{cases} \text{für 1} = 17^h 7^\circ 30' \\ \text{für 6} = 18 1 11 \end{cases}$  |
|         |                                             | 239 9 9   |             |          | 107,215 | 87,0 |                         |                 |       | $p = 72^\circ 6'$                                                                                        |
|         |                                             | 239 12 12 |             |          | 107,215 | 87,0 | 239 10,5                | 43,088          | - 2,9 | Schr: unb. Stern.                                                                                        |
|         | 2 47 —                                      | 239 9 9   |             |          | 21,040  | 47,0 |                         |                 |       | Bar. 731 <sup>m</sup> ,6 Th. 45°                                                                         |
| Oct. 14 | <i>Derselbe Comet wie vorher.</i>           |           |             |          |         |      |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 3 21 37                                     | 242 48 45 |             |          | 92,000  | 79,0 | 242 21,0                | 26,524          | - 1,0 | Vergl. Stern:                                                                                            |
|         | 28 35                                       | 241 57 54 |             |          | 38,952  | 54,0 |                         |                 |       | P. X. 24                                                                                                 |
|         | 31 41                                       | 241 45 42 |             |          | 38,952  | 54,0 | 241 24,8                | 26,307          | - 2,8 | $e = 242^\circ$ $t \begin{cases} \text{für 1} = 17^h 3^\circ 54' \\ \text{für 8} = 17 13 18 \end{cases}$ |
|         | 37 20                                       | 241 9 3   |             |          | 91,565  | 82,0 |                         |                 |       | $p = 65^\circ 29'$                                                                                       |
|         | 41 35                                       | 240 48 48 |             |          | 91,565  | 82,0 | 240 33,0                | 25,957          | - 2,4 | Schr: Stern.                                                                                             |
|         | 46 48                                       | 240 18 18 |             |          | 39,652  | 54,0 |                         |                 |       |                                                                                                          |
|         | 50 13                                       | 239 51 54 |             |          | 39,652  | 54,0 | 239 27,8                | 25,514          | - 2,9 | Corr. der Uhr gegen Sternz. = - 4,"3<br>Bar. 737 <sup>m</sup> ,4 Th. 38°                                 |
|         | 59 9                                        | 239 0 6   |             |          | 90,680  | 82,0 |                         |                 |       |                                                                                                          |







# V e r b e s s e r u n g e n .

| Pag. | 9  | Zeile        | 4  | statt: Länge sich        | lies: Länge nach sich    |
|------|----|--------------|----|--------------------------|--------------------------|
| —    | 19 | —            | 19 | die                      | der                      |
| —    | 32 | —            | 12 | Fufsschrauben die        | Fufsschrauben und die    |
| —    | 39 | —            | 22 | $\cos \omega$            | $\cos o$                 |
| —    | 46 | —            | 13 | eine                     | einer                    |
| —    | 49 | —            | 11 | $\sin p$                 | $\operatorname{cosec} p$ |
| —    | 50 | —            | 13 | Fernrohr                 | Fernrohrs                |
| —    | 51 | —            | 17 | $\xi' \cos p$            | $\xi' \cos p$            |
| —    | 52 | —            | 16 | — (                      | + (                      |
| —    | 63 | —            | 11 | Millemetern              | Millimetern              |
| —    | 77 | —            | 4  | $\tau', \tau'', \tau'''$ | $t', t'', t'''$          |
| —    | 86 | —            | 15 | den                      | dem                      |
| —    | —  | —            | 24 | dieser                   | der Stundenwinkel        |
| —    | 87 | —            | 25 | umgestellt               | eingestellt              |
| —    | 90 | —            | 7  | eine                     | einer                    |
| —    | 93 | —            | 10 | 1826 Sept. 17            | 1826 Sept. 12            |
| —    | 96 | allenthalben |    | $t, t', p, p'$           | $\tau, \tau', \pi, \pi'$ |

Auf dem 5<sup>ten</sup> Bogen ist einige Male der Buchstabe *o* statt der Ziffer *o* stehen geblieben;  
wo ? ist leicht zu erkennen.



















Hansen, Peter Andreas,

Ausführliche Methode mit dem Fraunhofer'schen Heliometer Beobachtungen  
anzustellen nebst Cometen-Beobachtungen mit solchem Instrumente auf der  
Ernestinischen Sternwarte Seeberg

Gotha 1827

4 Astr.p. 176 z

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10049153-9